3 ELETTROTECNICA DI BASE E CIRCUITI IN CORRENTE CONTINUA

1 Corrente elettrica

1.1 Carica elettrica

■ Sebbene le cariche elettriche siano tra i costituenti fondamentali della materia, l'elettricità in natura è un fenomeno relativamente raro, se si eccettuano i fenomeni atmosferici; questo fatto, come oggi è ben noto, dipende dalla neutralità che ha di norma la materia, costituita di cariche positive e negative in uguale misura. Si dovette attendere la metà del Settecento perché B. Franklin associasse la scintilla al fulmine, il 1789 perché C. A. Coulomb riuscisse a misurare le forze elettriche, e il 1799 perché A. Volta[(1)] realizzasse un dispositivo in grado di generare corrente elettrica, ora noto come *pila di Volta*, che aprì la strada all'impiego pratico dell'elettricità. Successivamente fu M. Faraday a intuire che l'elettricità doveva avere una forma particellare, rivelata pienamente da J. J. Thomson alla fine dell'Ottocento studiando fasci di elettroni. Intanto, nel 1873 J. C. Maxwell aveva pubblicato la teoria unificata dei fenomeni elettrici e magnetici, mostrando come essi fossero due facce della stessa medaglia.

■ Gli studi sull'elettricità hanno portato ad attribuire alla materia una proprietà particolare denominata *carica elettrica* (electric charge); questa proprietà ha due qualità distinte, che sono indicate convenzionalmente con i segni "+" e "–", indicativi della *polarità* (polarity); cariche dello stesso segno si respingono, mentre cariche di segno opposto si attraggono (fig. 1*a*); l'intensità della *forza elettrica* (electric force) è direttamente proporzionale alle cariche interessate e inversamente proporzionale al quadrato della distanza tra esse.

■ La carica elettrica è sempre multipla di una quantità indivisibile detta *carica elementare* (elementary charge); questa è la quantità di carica delle particelle elementari dotate di proprietà elettriche: il protone, di carica positiva, e l'elettrone, di carica negativa (fig. 1*b*). Per capire come queste particelle contribuiscono ai fenomeni elettrici è necessario studiare in che modo la materia è strutturata.

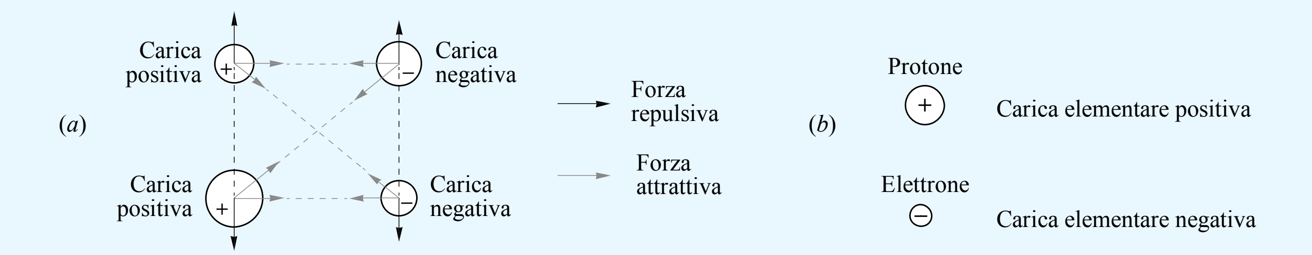


Fig. 1 (*a*) Forze elettriche; (*b*) cariche elementari.

1.2 Modello atomico di Bohr

■ Come noto la materia è costituita da atomi o agglomerati di essi (molecole), in molti casi aggregati in stato solido o liquido. In un modello ipotizzato da N. Bohr nel 1913, valido per i nostri fini anche se ampiamente superato per altri aspetti, l'atomo può essere rappresentato come un nucleo di protoni e neutroni attorno al quale ruotano in orbite circolari gli elettroni (fig. 2). In questa struttura:

– i protoni hanno carica elementare positiva;
– i neutroni, di massa leggermente maggiore rispetto al protone, non hanno carica;
– gli elettroni, in numero pari ai protoni, hanno massa tre ordini di grandezza più piccola di quella del protone, e carica elementare negativa.

[1] Alessandro Volta (Como, 1745 – 1827). Fisico italiano, ottenne nel 1779 la cattedra di fisica sperimentale all'Università di Pavia, di cui divenne rettore nel 1785. Studiò prevalentemente i fenomeni elettrici e i gas, scoprendo il metano e definendo in modo corretto i concetti di capacità elettrica e tensione. Confutò l'interpretazione degli esperimenti di Galvani sulla rana, attribuendone i fenomeni al contatto di metalli diversi; nel corso della polemica, giunse a realizzare una pila usando dischi di ferro e zinco alternati, separati da strati di panno imbevuto di soluzione salina.

Il numero di protoni (o, che è lo stesso, di elettroni) si chiama *numero atomico* (atomic number), e differisce a seconda dell'elemento: ad es. per l'idrogeno vale 1, per l'elio 2 e per il rame 29. Un atomo, di norma, è elettricamente neutro; questo spiega come mai potete maneggiare questo libro senza tante preoccupazioni.

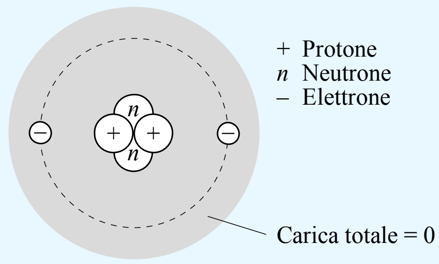


Fig. 2 Atomo di elio[2].

■ Nel modello atomico di Bohr il raggio delle orbite può assumere solo ben precisi valori (in linguaggio scientifico si dice che è *quantizzato*, quantized), secondo la legge

(3.1) $$r_n = n^2 \cdot r_1$$

dove n è un intero positivo, r_n è il raggio della n-sima orbita e r_1 è il raggio dell'orbita più vicina al nucleo (per l'idrogeno pari a 0,0529 nm). Inoltre si deve osservare che ogni possibile orbita può ospitare un numero ben preciso di elettroni, e che questi ultimi sono attratti nelle orbite più interne dal legame elettrico con il nucleo. Ad es. l'atomo di rame ha i suoi 29 elettroni così disposti (fig. 3): due nella prima orbita, otto nella seconda, diciotto nella terza e uno nella quarta.

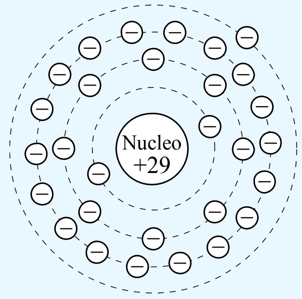


Fig. 3 Atomo di rame.

■ Gli elettroni, che sono attratti nelle orbite più interne nel limite dei posti disponibili, possono in realtà "saltare" a orbite più esterne, a patto che si fornisca loro con qualche meccanismo, come ad es. l'urto di un'altra particella, l'energia necessaria; in questo caso si dice che l'atomo è *eccitato* (excited). Un elettrone allontanato dalla sua orbita stazionaria dopo un tempo medio caratteristico torna alla sua orbita di provenienza (in quanto attratto dal nucleo), rilasciando l'energia precedentemente assorbita sotto forma di una unità indivisibile di luce denominata *fotone* (photon, fig. 4).

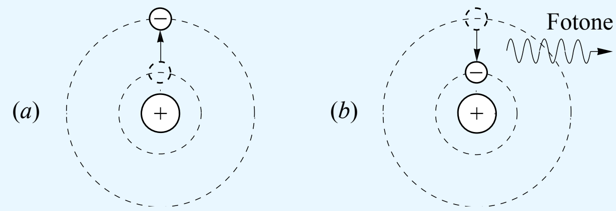


Fig. 4 (*a*) Atomo di idrogeno eccitato e (*b*) sua diseccitazione.

■ Fornendo a un elettrone atomico l'energia necessaria, esso può abbandonare l'atomo di provenienza; in questo caso si dirà che l'atomo è *ionizzato* (ionized), e cioè trasformato in *ione* (ion). Un atomo ionizzato per sottrazione di uno o più elettroni si dice ionizzato positivamente, dato che in questo caso il numero di protoni supera quello degli elettroni, e quindi l'atomo possiede una carica complessiva positiva (fig. 5*a*). Se invece, per diverse condizioni, un atomo acquisisce uno o più elettroni rispetto a quelli atomici, si dice che è ionizzato negativamente, dato che la sua carica complessiva risulta negativa (fig. 5*b*).

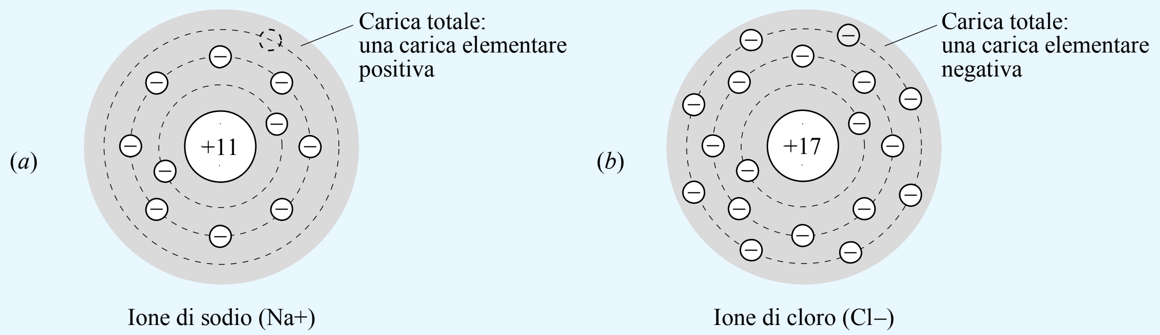


Fig. 5 (*a*) Ione positivo di sodio; (*b*) ione negativo di cloro.

1.3 Agitazione termica

■ Osservando i fenomeni naturali, si può notare che l'aumento di temperatura è per molti aspetti associato a movimento e cambiamento: i solidi emanano vapori e si sciolgono, i liquidi evaporano e vanno in ebollizione, i vapori compressi esplodono, ecc.; al contrario il raffreddamento produce in generale immobilità e stasi. Questa considerazione, pur superficiale e imprecisa, vuole evidenziare il nesso tra fenomeni cinetici interni alla materia, e la loro manifestazione macroscopica, vale a dire la temperatura dei corpi.

[2] Per motivi grafici in questa figura, come in altre successive, le dimensioni delle particelle e i raggi delle orbite non sono in scala.

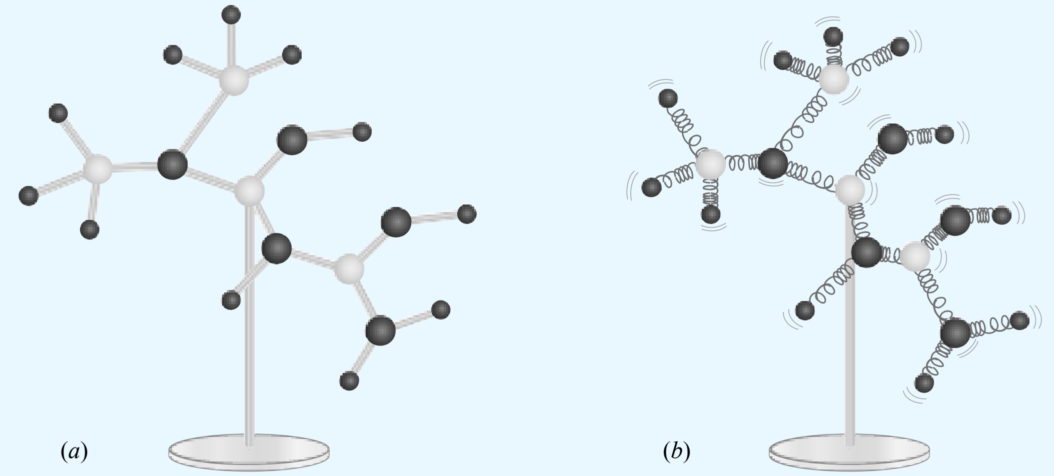


Fig. 6 Modelli di molecola.

I modellini dei laboratori di chimica rappresentano le molecole con delle sferette (gli atomi) fissamente legate tra loro (fig. 6*a*); la realtà è un po' diversa: sarebbe più corretto collegare le sferette con delle molle, in modo tale che assestando un colpetto all'oggetto, potessimo vedere gli atomi oscillare, ruotare e sbattere, scambiandosi continuamente energia tra loro (fig. 6*b*). Allo stesso modo dobbiamo immaginare che atomi e molecole, in tutti gli stati di aggregazione, abbiano un moto continuo e caotico che, a differenza del modellino con le molle, non si smorza da sé, perché a livello microscopico l'attrito non esiste. Questo moto prende il nome di *agitazione termica* (thermal agitation), in quanto il valore medio dell'energia cinetica a cui è associato cresce all'aumentare della temperatura. La quantità totale di energia cinetica interna a un corpo determina la sua *energia interna* (internal energy), una quantità che può variare, tra i diversi modi, mediante scambi di calore con l'esterno.

➡ Il fatto che esista nella materia un moto particellare di intensità crescente con la temperatura spiega i fenomeni riportati in apertura del paragrafo; ad es. un liquido, se riscaldato, evapora più in fretta in quanto una percentuale maggiore di molecole acquista la velocità necessaria per "scappare" dal liquido stesso.

1.4 Intensità di corrente

Si definisce *corrente elettrica* (electric current) un flusso di cariche elettriche in movimento che attraversa una sostanza o il vuoto in modo ordinato (cioè non in forma di scarica incontrollata come per una scintilla). Analogamente a un flusso d'acqua in un tubo, perché questo fenomeno avvenga sono necessari due requisiti (fig. 7):

- devono essere presenti, nella sostanza, cariche libere di muoversi (similmente se c'è l'acqua nei tubi ma è ghiacciata non potrà scorrere).
- le cariche devono sentire una forza elettrica che causa il loro movimento (come il dislivello o la differenza di pressione per l'acqua);

Le cariche libere possono essere di due tipi: elettroni, oppure atomi ionizzati; in relazione alla presenza o meno di cariche libere al proprio interno, i materiali si classificano in tre categorie:

- *conduttori* (conductors): materiali che presentano al loro interno un'elevata concentrazione di cariche libere (metalli, leghe metalliche, acqua mineralizzata);
- *isolanti* (insulators): materiali, anche detti *dielettrici* (dielectrics), che non presentano al loro interno cariche libere (materie plastiche, gomme, resine, acqua distillata);
- *semiconduttori* (semiconductors); materiali che presentano concentrazione di cariche libere molto inferiore rispetto ai buoni conduttori (silicio, germanio, arseniuro di gallio).

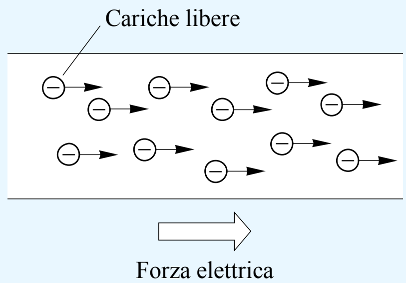


Fig. 7 Corrente elettrica.

La carica elettrica e la corrente elettrica devono poter essere misurate; inizialmente venne stabilità arbitrariamente l'unità di carica e da questa quella di corrente. Poiché non si conosceva la carica elementare, l'unità di carica venne stabilita indipendentemente da questa e denominata *coulomb* (simbolo C).

Come la portata di una corrente d'acqua costante è definita dal rapporto tra il volume d'acqua che transita in un certo tempo Δt e il tempo Δt stesso (oppure come il volume che transita in un secondo), e si misura in m^3/s, analogamente per un flusso di cariche costante, l'*intensità di corrente* (current intensity) I è definita dal rapporto tra la carica q che attraversa una superficie in un certo tempo Δt e il tempo Δt stesso (oppure come la carica che attraversa la superficie in un secondo), e si misura in C/s:

$$(3.2) \qquad I = \frac{q}{\Delta t}$$

L'unità di misura della corrente, pari alla corrente che trasporta un coulomb in un secondo, è altrimenti detta *ampere* (simbolo A): $[A] = [C][s]^{-1}$. Mentre l'ampere in un primo tempo era un'unità derivata, successivamente fu definita come grandezza indipendente del Sistema Internazione; di conseguenza il coulomb divenne unità derivata (carica trasportata dalla corrente di 1 A in 1 s, $[C] = [A][s]$). Poiché la carica è un prodotto corrente-tempo, può essere espressa anche in termini di prodotto di ampere per ore: si ottiene l'unità di misura Ah (*amperora*, ampere-hour) = 3600 C, usata in alcuni ambiti pratici.

■ Una corrente elettrica in cui le cariche si muovono in quantità constante e con velocità uniforme si chiama *corrente continua*, o CC (direct current, o DC); la sua intensità è data dalla 3.2 riferendo la carica q a un tempo Δt arbitrario. Se invece la corrente è variabile da istante a istante, la definizione 3.2 deve essere interpretata come il valore medio $\langle I \rangle$ dell'intensità di corrente nell'intervallo di tempo Δt. Diminuendo l'intervallo di tempo di riferimento, il valore medio $\langle I \rangle$ si approssima sempre più al valore istantaneo della corrente i; in questo caso potremo quindi scrivere[3]

$$(3.3) \qquad \langle I \rangle = \frac{q}{\Delta t} \to i \ \text{ quando } \Delta t \to 0$$

1.5 Conduttori

Metalli

■ Il conduttore solido più utilizzato, che viene qui descritto a titolo esemplificativo, è il *rame* (copper). Nel rame allo stato solido si crea un legame chimico di tipo metallico, con gli atomi disposti ordinatamente in un reticolo cristallino (fig. 8*a*). Ciascun elettrone dell'orbita più esterna (vd. fig. 3), poiché sente anche la forza attrattiva degli atomi vicini, risulta legato al proprio nucleo da una forza debolissima rispetto al caso isolato, al punto che l'energia di agitazione termica è sufficiente a svincolarlo. Si crea quindi un reticolo di ioni di rame in cui vagano elettroni liberi, come se appartenessero a un gas; questo gas di elettroni può essere spinto in una direzione (vd. fig. 7), analogamente a un fluido in una tubazione.

Liquidi

■ Per spiegare la conduzione nei liquidi si descriverà il caso dell'acqua. L'acqua distillata, costituita da sole molecole di H_2O, non presenta cariche libere al suo interno e pertanto non conduce corrente elettrica. Se si immette però nell'acqua un sale, esso si scioglie scomponendosi in ioni positivi e negativi; ad es. il sale da cucina (cloruro di sodio o NaCl), si scinde in ioni Na+ e Cl– (fig. 8*b*). Gli ioni presenti nell'acqua salinizzata sono liberi di muoversi e fanno sì che il liquido sia un ottimo conduttore di corrente elettrica.

Gas

■ I gas, essendo costituiti da atomi e molecole neutri e non legati tra loro, se non sono sottoposti a interazioni esterne si comportano da isolanti; tuttavia a causa di agenti esterni, come ad es. i raggi ultravioletti nell'atmosfera, possono essere prodotti in essi ioni positivi e negativi (fig. 8*c*). Permanendo nel tempo la causa ionizzante, se si applica una forza elettrica a un gas ionizzato, si ottiene in esso una corrente elettrica, sino a un valore massimo determinato dall'intensità della ionizzazione indottavi.

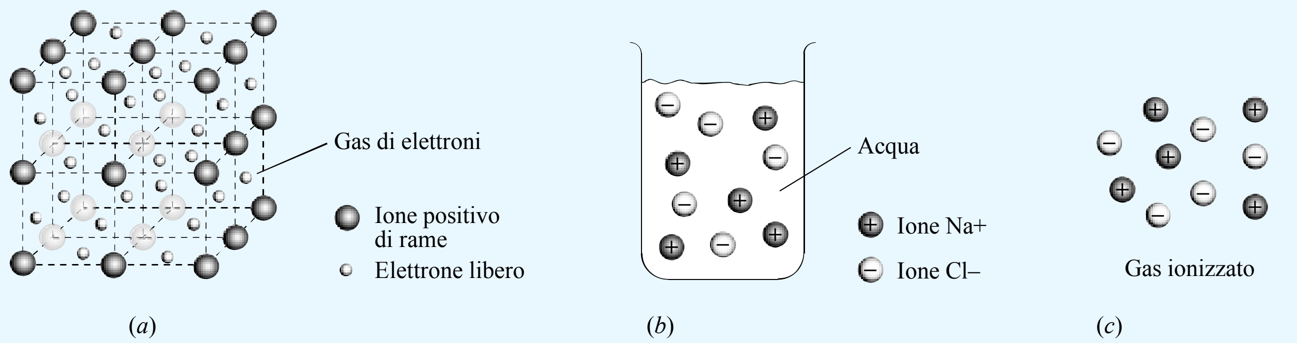


Fig. 8 Cariche libere (*a*) in un metallo, (*b*) in un liquido e (*c*) in un gas.

[3] La trattazione e la relativa espressione 3.3 sono solo intuitive; chi sia in possesso dei rudimenti del calcolo differenziale può reperire in testi specifici un'esposizione rigorosa dell'argomento.

Abbiamo parlato di…

– Carica elettrica	proprietà della materia responsabile di fenomeni attrattivi e repulsivi
– Polarità	segno di una carica elettrica
– Forza elettrica	forza repulsiva per cariche dello stesso segno, attrattiva per cariche di segno opposto
– Carica elementare	unità minima di carica elettrica, pari alla carica di un protone o di un elettrone
– Ione	atomo carico elettricamente per aver perso o acquistato elettroni
– Agitazione termica	moto particellare legato alla temperatura della materia
– Corrente elettrica	flusso ordinato di cariche elettriche
– Conduttore	materiale in cui è presente un'elevata concentrazione di cariche libere
– Isolante (o dielettrico)	materiale in cui non sono presenti cariche libere
– Semiconduttore	materiale con una concentrazione di cariche libere molto inferiore a quella dei metalli
– Intensità di corrente	rapporto tra la quantità di carica che fluisce in un intervallo di tempo e l'intervallo di tempo stesso
– Ampere	unità di misura della corrente elettrica
– Coulomb	unità di misura della carica elettrica, derivata dall'ampere
– Amperora	unità di misura della carica elettrica, pari a 3600 C
– Corrente continua	corrente di intensità costante

2 Tensione elettrica

2.1 Campo elettrico e d.d.p.

■ Per descrivere come agisce la forza elettrica si può prendere spunto dall'attrazione gravitazionale. La forza di gravità terrestre, perpendicolare al suolo, varia con la quota ed è proporzionale alla massa *m* del corpo attratto; si può osservare quindi che se si divide la forza stessa per *m*, si ottiene una quantità che dipende solo dal punto dello spazio considerato; questa proprietà dello spazio è denominata campo gravitazionale terrestre. Questo campo ha un'intensità, una direzione e un verso in ogni punto dello spazio intorno alla Terra, e può essere rappresentato, in queste tre proprietà, con le cosiddette linee di campo (field lines, fig. 9*a*).

■ Sappiamo che un corpo inizialmente fermo, se non ha vincoli, segue spontaneamente le linee del campo gravitazionale, ovvero cade; viceversa, perché faccia il cammino a ritroso (dal basso verso l'alto), è necessario spendere una quantità di energia. Questa energia, proporzionale alla massa *m* del corpo, viene in esso immagazzinata sotto forma di energia potenziale, cioè in una forma "dormiente" che potrà essere a suo tempo rilasciata nel percorso inverso. Dividendo la variazione di energia potenziale per la massa *m*, si ottiene ancora una quantità che dipende solo dai punti di partenza e di arrivo: la differenza di potenziale gravitazionale (d.d.p. gravitazionale, fig. 9*b*). Riassumendo:

– una massa posta in un punto dello spazio vicino alla Terra subisce una forza attrattiva;
– l'affermazione precedente può essere espressa dicendo che in quel punto c'è un campo gravitazionale;
– muoversi nel campo a ritroso comporta l'acquisto di energia potenziale;
– l'affermazione precedente può essere espressa dicendo che tra i due punti c'è una d.d.p. gravitazionale.

■ Per far scorrere l'acqua in un circuito chiuso non piano (fig. 9*c*) è quindi necessario:

– approntare una pompa idraulica, alimentata da una sorgente energetica, per far salire l'acqua nella d.d.p.;
– predisporre un percorso per il ritorno dell'acqua al livello di partenza.

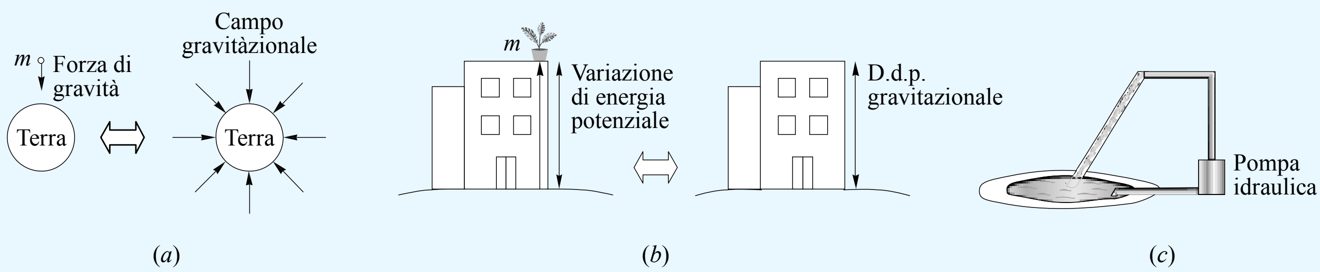


Fig. 9 (*a*) Campo gravitazionale; (*b*) d.d.p. gravitazionale; (*c*) circuito chiuso.

Le forze elettriche si prestano a una trattazione simile alla precedente, tenendo conto però che essendoci cariche di due segni, oltre alla forza attrattiva esiste anche quella repulsiva. Data la presenza di cariche elettriche in una certa regione dello spazio, si può quindi asserire:

- in presenza di altre cariche, una carica q posta in un punto dello spazio subisce una forza elettrica proporzionale a q;
- l'affermazione precedente può essere espressa dicendo che in quel punto c'è un *campo elettrico* (electric field, fig. 10*a*), pari al rapporto tra la forza e q;
- muoversi nel campo a ritroso, cioè avvicinandosi al centro repulsivo e allontanandosi da quello attrattivo, comporta l'acquisto di energia potenziale in misura proporzionale a q;
- l'affermazione precedente può essere espressa dicendo che tra i due punti c'è una *differenza di potenziale elettrico* (electric potential difference), o più brevemente d.d.p (fig. 10*b*), pari al rapporto tra la variazione di energia potenziale e q.

Si deve aggiungere che la d.d.p. elettrica ha altri nomi specifici, e cioè può essere chiamata *voltaggio* (voltage) o, come avviene più spesso, *tensione elettrica* (electric voltage) o *caduta di tensione* (voltage drop). Poiché è un rapporto tra energia e carica, la sua unità di misura è il joule/coulomb, unità ribattezzata *volt* (in onore di Volta) e indicata con V: $[V] = [J][C]^{-1}$.

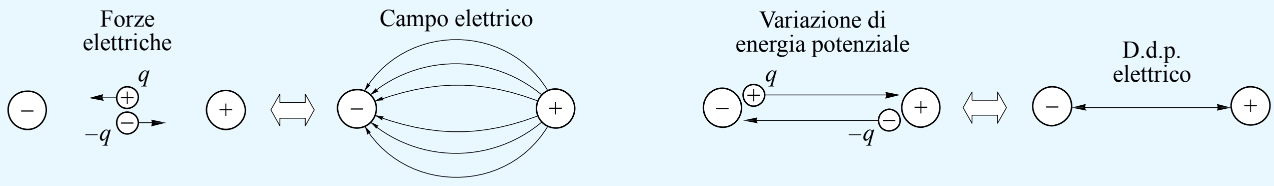


Fig. 10 (*a*) Campo elettrico; (*b*) d.d.p. elettrico.

2.2 Generatore di tensione

Per poter indurre una forza elettrica su cariche libere è necessario creare un accumulo di cariche negative o positive, oppure, come effettivamente avviene di solito, di entrambe le polarità (fig. 11*a*). Per creare questa condizione abbiamo bisogno dell'equivalente della pompa idraulica; questo dispositivo, nel caso elettrico, è chiamato *generatore di tensione* (voltage generator). Esso, ricavando l'energia necessaria da un processo chimico, meccanico, o di altro tipo, è in grado di separare le cariche dei due segni spingendole a due estremi metallici che vengono chiamati *morsetti* (terminals) o *poli* (poles). Con un generatore di tensione e un conduttore collegato ai suoi poli è quindi possibile creare un circuito chiuso in cui fluisce una corrente elettrica continua (fig. 11*b*).

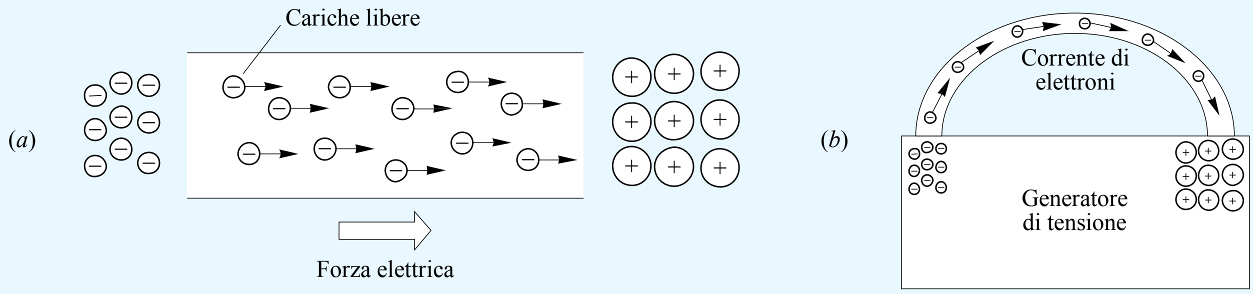


Fig. 11 (*a*) Accumulo di cariche agli estremi di un conduttore; (*b*) circuito chiuso.

Vediamo nel particolare cosa accade nel caso di un generatore che separa le cariche di una soluzione in base a processi chimici. Ancor prima di collegare esternamente i suoi due poli, il generatore spinge al suo interno verso il polo negativo gli ioni negativi, che, giunti al morsetto, per una ricombinazione chimica rilasciano gli elettroni in eccedenza; gli ioni positivi sono invece spinti verso il polo positivo (vd. fig. 11*b*). In entrambi i casi, le cariche "risalgono" a ritroso la d.d.p. Così facendo si crea una tensione ai capi del generatore, il cui valore smette di crescere quando le forze con cui si attraggono le cariche di segno opposto equilibrano quelle con cui il generatore le allontana tra loro. Ora il generatore ha i morsetti aperti (funzionamento *a vuoto*, no-load), e mantiene senza consumo di energia la tensione di equilibrio ai suoi poli.

Non appena si collegano i poli con un conduttore, come ad es. un filo di rame (funzionamento *sotto carico*, on-load), gli elettroni liberi ivi presenti si dirigono verso il morsetto positivo, seguiti da quelli in surplus ai capi del morsetto negativo. Quindi tendono a diminuire sia gli elettroni sul polo negativo, sia gli ioni sul polo positivo; infatti questi ultimi si neutralizzano riacquistando gli elettroni mancanti. Mentre ciò avviene, il generatore riprende il suo lavoro di separazione delle cariche, garantendo così un valore di tensione stabile e lo scorrimento di una corrente continua (nei limiti di esaurimento dell'energia chimica).

■ Un generatore di tensione continua può essere di due tipi:

- la *pila* (pile), o *batteria* (battery), trae l'energia da processi chimici o di altro tipo, esauriti i quali termina di funzionare;
- l'*alimentatore* (power supply) fornisce energia elettrica con caratteristiche prefissate alimentandosi a sua volta elettricamente.

Esempio 1

Una videocamera digitale, che assorbe mediamente una corrente di 900 mA, è alimentata da una batteria in grado di erogare una quantità di carica pari a 1800 mAh. Determinare la durata della batteria e la quantità di carica erogata in coulomb.

Soluzione

La videocamera assorbe 900 mAh per ogni ora di funzionamento, pertanto la durata della batteria è pari a $\frac{1800}{900} = 2$ h.

La carica di 1800 mAh corrisponde a 1,8 Ah e cioè a $1{,}8 \cdot 3600 = 6480$ C.

Esercizio 1

La batteria di un telefono cellulare è in grado di erogare 1320 mAh. Sapendo che il cellulare assorbe 120 mA in conversazione e 3 mA in stato di attesa (stand-by), calcolare la durata della batteria per funzionamento continuo in conversazione o standby. Calcolare la quantità di carica q assorbita dal telefono, in coulomb, durante una conversazione della durata di 10 minuti. *Risposta*: $q = 72$ C

Esercizio 2

La batteria di un'automobile può erogare una carica pari a 80 Ah. Sapendo che la batteria è in grado di assistere per un massimo di 2 minuti il motorino di avviamento, calcolare la corrente assorbita da quest'ultimo. Sapendo inoltre che le luci di posizione assorbono complessivamente una corrente di 16 A, determinare dopo quanto tempo si scarica la batteria, a motore spento, con le luci di posizione accese.

2.3 Bilancio energetico

■ Si consideri la pompa idraulica di fig. 9*c*. Nella fase di salita l'acqua acquista energia potenziale, rilasciandola nella fase di discesa. Il rilascio dell'energia potenziale avviene principalmente per trasformazione in energia cinetica, che a sua volta viene consumata da fenomeni di attrito che la convertono in energia interna. Alla fine del ciclo l'acqua è leggermente più calda, per cui il bilancio energetico è in pareggio: la pompa ha consumato una quantità di energia che si è trasformata in energia interna dell'acqua.

■ Riesaminiamo ora il circuito di fig. 11*b*. Il generatore fornisce alle cariche l'energia per risalire la d.d.p.; anche in questo caso l'energia potenziale acquisita deve essere rilasciata nel cammino inverso. Per spiegare come ciò avviene si consideri il moto di un singolo elettrone: la carica sente una forza elettrica e ne subisce la relativa accelerazione, però il suo moto nel materiale lo porta a scontrarsi continuamente con le altre particelle del solido alle quali cede l'energia cinetica che di volta in volta acquista (fig. 12). Poiché questi urti fanno aumentare l'energia interna del materiale, la temperatura di quest'ultimo aumenta. Successivamente, il conduttore cede la sua energia interna all'ambiente esterno sotto forma di calore, in modo tale da ristabilire l'equilibrio termico[4]. Si noti che l'aumento di temperatura dei dispositivi che utilizzano energia elettrica è un fenomeno ben noto a tutti.

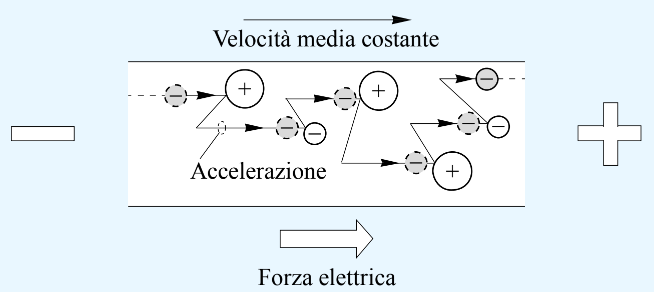


Fig. 12 Moto di un elettrone di conduzione.

2.4 Verso convenzionale della corrente

■ Nei primi studi sulla corrente elettrica si era ipotizzato che fossero le cariche positive a spostarsi, pertanto si assunse che il verso della corrente fosse quello del loro presunto moto dal morsetto positivo a quello negativo del generatore. Anche dopo aver constatato che nella maggior parte dei casi la corrente è costituita da

[4] Alcuni testi identificano impropriamente l'aumento di temperatura del conduttore con la trasformazione dell'energia elettrica *in calore*. In realtà il calore è il fenomeno di scambio energetico successivo all'innalzamento di temperatura. Sottintendendo quest'ultimo processo, si può comunque dire che l'energia elettrica viene dissipata in calore.

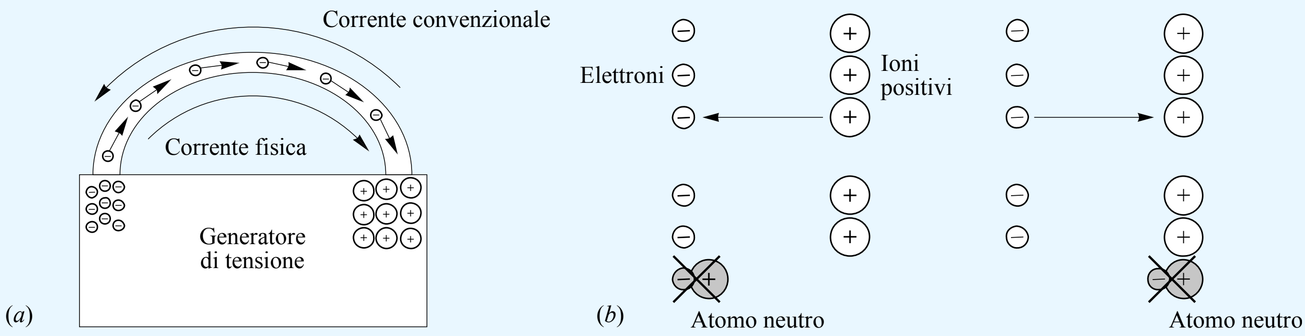


Fig. 13 (*a*) Corrente convenzionale e corrente fisica; (*b*) correnti equivalenti.

elettroni che si muovono in senso opposto (vd. fig. 11), si mantenne il verso originario chiamandolo *verso convenzionale* (conventional direction). In quest'ottica si afferma quindi che, collegando i morsetti di un generatore, la corrente scorre dal polo positivo al polo negativo (come se fosse costituita da cariche positive), anche se la corrente fisica ha verso opposto (fig. 13*a*). Si noti comunque che, dal punto di vista elettrico, una corrente di cariche positive è equivalente, a tutti gli effetti, a una corrente di cariche negative di verso opposto (fig. 13*b*).

Abbiamo parlato di…

– Linee di campo	linee che esprimono intensità, direzione e verso di un campo di forze
– Campo elettrico	proprietà dello spazio che determina su una carica una forza elettrica
– D.d.p. elettrico	rapporto tra la variazione di energia potenziale tra due punti dello spazio e la carica
– Tensione elettrica	sinonimo di differenza di potenziale elettrico
– Volt	unità di misura della tensione
– Generatore di tensione	dispositivo che produce ai suoi due morsetti una tensione elettrica
– Pila o batteria	generatore di tensione che nel tempo esaurisce la sua fonte energetica
– Alimentatore	generatore di tensione alimentato elettricamente
– Corrente convenzionale	corrente di cariche positive che fluisce dal polo positivo a quello negativo di una d.d.p.

3 Energia e potenza elettrica

■ Come noto, l'energia è quella proprietà di un sistema fisico che misura la sua capacità di compiere un lavoro o innalzare l'energia interna di un corpo; ad es., un corpo in movimento possiede energia cinetica che può trasformarsi in lavoro meccanico (se usata per innalzare un peso) o in energia interna (se usata per riscaldare un corpo mediante l'attrito). L'unità di misura dell'energia nel Sistema Internazionale è il *joule* (simbolo J).

■ Si consideri ora l'azione di sollevare un secchio d'acqua, di massa complessiva pari a 5 kg, da un pozzo profondo 10 m. Tale manovra, che richiede una quantità di energia pari a circa 500 J, potrebbe essere svolta sia da un bambino, sia da un adulto; il primo impiegherebbe però più tempo del secondo. La capacità di un sistema fisico di erogare energia più o meno velocemente nel tempo è definita *potenza* (power); nel caso del secchio d'acqua si dice quindi che l'adulto esercita una potenza muscolare maggiore di quella del bambino. Più precisamente, la potenza è pari al rapporto tra l'energia erogabile E in un tempo Δt e il tempo Δt stesso:

(3.4) $$P = \frac{E}{\Delta t}$$

La sua unità di misura è il joule/secondo, ribattezzato *watt* e indicato con W: [W] = [J][s]$^{-1}$. Se il bambino e l'adulto impiegassero rispettivamente 50 e 5 secondi per issare il secchio, diremmo che il primo ha esercitato una potenza $P_1 = \frac{500}{50} = 10$ W, e che il secondo ha esercitato una potenza $P_2 = \frac{500}{5} = 100$ W.

■ Dalla 3.4 si ottiene che utilizzando una potenza costante P per un tempo Δt, viene erogata una quantità di energia pari a

(3.5) $$E = P \cdot \Delta t$$

Poiché l'energia è un prodotto potenza-tempo, può essere espressa, oltre che in joule (W·s), in termini di prodotto di watt per ore: si ottiene l'unità di misura pratica Wh (*wattora*, watt-hour) = 3600 J; più utilizzato è il suo multiplo kWh (*kilowattora*) = 1000·3600 = 3,6 MJ, pari all'energia erogata in un'ora da una sorgente di potenza pari a un kW.

■ Si torni ora a considerare il circuito chiuso di fig. 11*b*, dove un generatore produce una tensione V ed eroga una corrente continua I. Il lavoro fatto dal generatore, e cioè l'energia potenziale E acquistata dalle cariche che hanno risalito il campo, è pari al prodotto tra la tensione V ai suoi capi e la carica spostata q (vd. par. 2.1):

$$E = V \cdot q \tag{3.6}$$

Se questo lavoro viene fatto nell'intervallo di tempo Δt, la potenza del generatore è pari a

$$P = \frac{V \cdot q}{\Delta t} \tag{3.7}$$

Poiché $\frac{q}{\Delta t}$ è l'intensità della corrente erogata, si ottiene l'importante relazione

$$P = V \cdot I \tag{3.8}$$

che esprime la potenza elettrica di un generatore in regime continuo in termini di prodotto tensione-corrente.

Esempio 2

L'alimentatore di un computer portatile riporta i seguenti dati: tensione di uscita $V = 19$ V; corrente massima erogata $I_{max} = 3{,}8$ A. Ipotizzando che il computer assorba mediamente il 50% della potenza massima dell'alimentatore, calcolare l'energia consumata dal dispositivo, in kWh, in 30 giorni di utilizzo ininterrotto.

Soluzione
La potenza massima erogabile dall'alimentatore è pari a $P_{max} = V \cdot I_{max} = 19 \cdot 3{,}8 = 72{,}2$ W. Si assume quindi che il computer utilizzi mediamente una potenza $P = \frac{72{,}2}{2} = 36{,}1$ W, pari anche a 0,0361 kW. Poiché 30 giorni corrispondono a $30 \cdot 24 = 720$ h, il valore richiesto di energia è $E = 0{,}0361 \cdot 720 = 26$ kWh.

Esercizio 3

La batteria di un telefono cellulare riporta i seguenti dati: tensione di uscita $V = 3{,}7$ V; energia totale erogabile $E = 4{,}9$ Wh. Sapendo che la batteria può sostenere 11 ore di conversazione, determinare la corrente assorbita dal telefono durante la chiamata. Confrontare il risultato con i dati dell'esercizio 1 (si tratta dello stesso caso pratico).

Esercizio 4

L'alimentatore di un computer può erogare una potenza massima di 400 W. Determinare se esso possa essere sovraccaricato dall'assorbimento di correnti pari a 22 A sul circuito a 12 V e 10 A sul circuito a 5 V.

Abbiamo parlato di…

– Joule	unità di misura dell'energia
– Potenza	rapporto tra energia erogata e tempo di erogazione
– Watt	unità di misura della potenza
– Kilowattora	unità di misura dell'energia, pari a 3,6 MJ

4 Resistenza elettrica

4.1 Legge di Ohm

■ Si consideri ancora una volta il circuito chiuso di fig. 11*b*. Ci si può chiedere in quale modo vari l'intensità della corrente continua modificando la tensione ai capi del generatore. Per rispondere a questo interrogativo in modo preciso è necessario conoscere il materiale di cui è costituito il filo e le eventuali variazioni di temperatura. Trascurando quest'ultime, la *legge di Ohm* (Ohm law) afferma che per una vasta gamma di materiali, detti per l'appunto *ohmici* (ohmic), esiste una relazione di proporzionalità diretta tra la tensione V ai capi del conduttore e l'intensità della corrente I che lo attraversa. Indicando con R la costante di proporzionalità si può quindi scrivere

$$V = RI \quad ; \quad I = \frac{V}{R} \quad ; \quad R = \frac{V}{I} \tag{3.9}$$

Secondo la legge di Ohm, se si eseguono misure di tensione e corrente su un conduttore ohmico, e si riportano le coppie di valori in un diagramma, i punti ottenuti devono appartenere a una retta passante per l'origine (fig. 14).

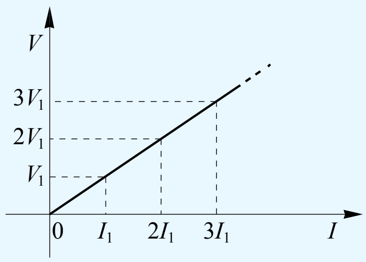


Fig. 14 Rappresentazione grafica della legge di Ohm.

4.2 Resistenza e conduttanza

■ La costante di proporzionalità R della legge di Ohm è definita *resistenza elettrica* (electric resistance); essa dipende dal materiale e dalla geometria del conduttore. Valori maggiori di resistenza elettrica determinano, a parità di tensione, valori più bassi di corrente, per cui si può dire che il conduttore in oggetto "oppone più resistenza" al passaggio della corrente elettrica. Dalla terza delle 3.9 si evince l'unità di misura della resistenza, il volt/ampere, ridefinito *ohm* e indicato con Ω: $[\Omega] = [V][A]^{-1}$; in pratica un ohm è quella resistenza che, sottoposta a un volt, viene attraversata da una corrente avente l'intensità di un ampere. Un conduttore ohmico viene denominato *resistore* (resistor) ed è rappresentato graficamente da uno dei simboli riportati in fig. 15; nella stessa figura è mostrato uno dei suoi possibili aspetti.

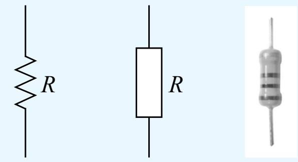


Fig. 15 Simboli del resistore elettrico e suo possibile aspetto.

■ Dalla legge di Ohm e dalla 3.8 si deduce la *legge di Joule* (Joule law), che esprime in due possibili forme la potenza elettrica trasformata in calore da un resistore:

(3.10) $$P = V \cdot I = RI \cdot I = RI^2 \quad ; \quad P = V \cdot I = V \cdot \frac{V}{R} = \frac{V^2}{R}$$

■ Molte volte è più comodo, nelle espressioni matematiche, considerare il valore inverso della resistenza R, e cioè la *conduttanza* (conductance) G:

(3.11) $$G = \frac{1}{R}$$

Il termine conduttanza è utilizzato perché valori maggiori di questo parametro determinano, a parità di tensione, valori più alti di corrente; la sua unità di misura è il *siemens* (simbolo S), pari all'inverso dell'ohm. Le espressioni della legge di Ohm in termini di conduttanza diventano

(3.12) $$V = \frac{I}{G} \quad ; \quad I = GV \quad ; \quad G = \frac{I}{V}$$

mentre per la potenza si ottiene

(3.13) $$P = V \cdot I = \frac{I}{G} \cdot I = \frac{I^2}{G} \quad ; \quad P = V \cdot I = V \cdot GV = GV^2$$

Esempio 3

In un resistore sottoposto a una tensione continua $V = 12$ volt scorre una corrente $I = 6$ mA. Determinare la resistenza R, la conduttanza G e la potenza P assorbita dal resistore.

Soluzione

Per la legge di Ohm $R = \frac{V}{I} = \frac{12}{6 \cdot 10^{-3}} = 2$ kΩ. La conduttanza è quindi pari a $G = \frac{1}{R} = 0{,}5$ mS. La potenza assorbita vale $P = VI = 72$ mW.

Esercizio 5

Una lampadina è alimentata da una batteria da 1,5 V. Sapendo che la lampadina ha una resistenza $R = 5$ Ω, determinare la corrente circolante e la potenza assorbita.

4.3 Resistività e conduttività

■ Un conduttore omogeneo di sezione costante S e lunghezza l (fig. 16) presenta una resistenza elettrica proporzionale alla lunghezza e inversamente proporzionale alla sezione:

(3.14) $$R = \varrho \frac{l}{S}$$

Il coefficiente di proporzionalità ϱ, denominato *resistività* (resistivity), è una caratteristica propria del materiale di cui è costituito il conduttore. La resistività è anche definita *resistenza specifica* (specific resistance), potendosi interpretare come la resistenza di un cubo di lato unitario del materiale in oggetto. Dall'espressione 3.14 risulta

(3.15) $$\varrho = R \frac{S}{l}$$

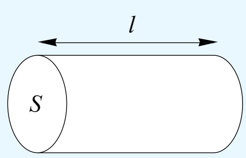


Fig. 16 Conduttore di sezione costante.

L'unità di misura della resistività è quindi $[\Omega][m^2][m^{-1}] = [\Omega][m]$; in realtà, data la prassi di misurare le sezioni in mm^2 e le lunghezze in metri, più spesso viene utilizzata l'unità pratica $\Omega \cdot mm^2/m$.

■ La *conduttività* (conductivity) è l'inverso della resistività; la sua unità di misura è inversa all'ohm·metro, ed è quindi il siemens/metro.

Esempio 4

Si calcoli la resistenza elettrica R di un filo di rame lungo $l = 120$ cm di sezione $S = 0{,}25$ mm^2, sapendo che la resistività del rame è pari a $\varrho = 0{,}016\ \Omega \cdot mm^2/m$.

Soluzione

Esprimendo la lunghezza in metri, dalla 3.14 si ottiene $R = 0{,}016 \dfrac{1{,}2}{0{,}25} = 0{,}0768\ \Omega$. Si noti che il valore ottenuto è molto piccolo rispetto ai valori di resistenza effettivamente utilizzati nei circuiti elettrici.

Cortocircuito

■ Il *cortocircuito* (short circuit) è un conduttore che presenta resistenza nulla (fig. 17*a*). Dalla prima delle 3.9 deriva che la caduta di tensione ai suoi capi è nulla per qualsiasi intensità della la corrente che lo attraversa. Il cortocircuito è una pura astrazione dato che non esistono materiali a resistività zero; può essere però ottimamente approssimato da conduttori di rame o di un metallo di analoga resistività (vd. esempio 4).

Circuito aperto

■ Il *circuito aperto* (open circuit) è un tratto di circuito elettrico che ha conduttanza nulla, o, se vogliamo, resistenza infinita (fig. 17*b*). In pratica circuito aperto è sinonimo di assenza di collegamento elettrico. Dalla seconda delle 3.12 deriva che la corrente che attraversa un circuito aperto è nulla indipendentemente dalla tensione ai suoi capi. In realtà qualsiasi isolante, se sottoposto a valori di tensione crescenti (molto più alti di quelli di norma utilizzati), viene a un certo punto attraversato da scariche elettriche.

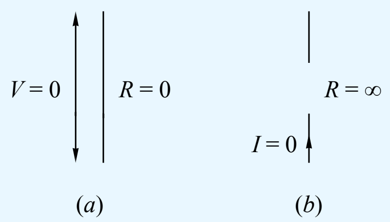


Fig. 17 (*a*) Cortocircuito e (*b*) circuito aperto.

Abbiamo parlato di…

– Legge di ohm	per determinati materiali, la tensione applicata è proporzionale all'intensità di corrente
– Resistenza elettrica	costante di proporzionalità tra tensione e corrente per i materiali ohmici
– Ohm	unità di misura della resistenza elettrica
– Resistore	nome del componente elettrico resistivo
– Conduttanza	parametro inverso alla resistenza
– Siemens	unità di misura della conduttanza
– Resistività	caratteristica di un materiale che lo rende più o meno idoneo alla conduzione elettrica
– Conduttività	parametro inverso alla resistività
– Cortocircuito	tratto di circuito che si può considerare privo di resistenza
– Circuito aperto	tratto di circuito i cui estremi sono isolati tra loro

5 Studio dei circuiti in corrente continua

5.1 Definizioni, simbolismi e convenzioni

■ Saranno ora introdotte alcune definizioni e simbolismi grafici di base nel campo dell'elettrotecnica:

- *Collegamento* (connection o link) o *contatto* (contact): connessione di componenti elettrici tramite cortocircuito. È rappresentato graficamente da una linea che unisce i componenti. Nella pratica è un filo o una pista di rame o di altro conduttore a bassa resistività.
- Terminale o polo: estremo di un qualsiasi componente elettrico. Se non collegato ad altro terminale è rappresentato con un circolo vuoto (fig. 18*a*).
- *Bipolo* (two-terminal): dispositivo avente due terminali o poli, come ad es. un generatore o un resistore.
- Elemento *attivo* (active): bipolo, ramo o circuito che comprende uno o più generatori di energia elettrica.
- Elemento *passivo* (passive): bipolo, ramo o circuito che non comprende elementi attivi.
- *Utilizzatore* (load circuit), o *carico* (load): dispositivo che utilizza l'energia elettrica convertendola in altro tipo. Con questo termine si indicano sia componenti elementari (ad es. resistori), sia dispositivi più complessi come lampadine, motori elettrici, altoparlanti o elettronica di vario tipo.
- *Ramo* (branch): catena di bipoli collegati consecutivamente (fig. 18*b*).

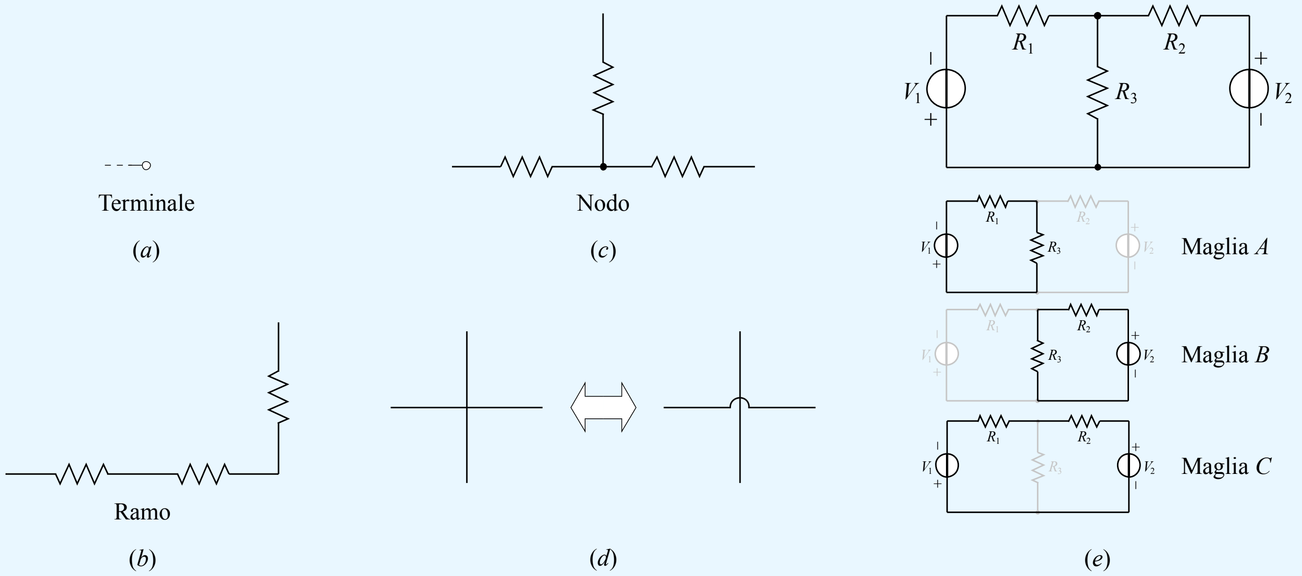


Fig. 18 (*a*) Terminale; (*b*) ramo; (*c*) nodo; (*d*) assenza di contatto elettrico; (*e*) maglie.

- *Nodo* (node o branch point): punto di connessione di tre o più rami. È rappresentato da un circolo pieno (fig. 18*c*). Si noti che l'incrocio di linee di collegamento non prevede il contatto delle stesse in assenza di punto di connessione (fig. 18*d*).
- *Maglia* (mesh): percorso chiuso presente in una rete elettrica (fig. 18*e*).
- Collegamento *in serie* (series): è così definita la condizione di due o più bipoli che sono attraversati dalla stessa corrente. Il modo più semplice di collegare in serie due o più bipoli è quello di connetterli in modo che appartengano allo stesso ramo; l'ordine in cui sono inseriti è ininfluente ai fini del funzionamento del circuito (fig. 19*a*).
- Collegamento *in parallelo* (parallel): è così definita la condizione di due o più bipoli che sono sottoposti alla stessa tensione elettrica, ovvero le cui coppie di terminali sono collegate direttamente tra loro (fig. 19*b*).
- *Schema circuitale* (circuit diagram): rappresentazione di un circuito elettrico mediante simboli standardizzati, in cui i componenti possono essere posizionati nel modo che si ritiene più opportuno, purché siano rispettati i collegamenti reali.
- *Stato transitorio* (transient state): comportamento temporaneo di un circuito per adeguare i valori delle grandezze elettriche in seguito a una variazione di stato (come ad es. l'accensione di un generatore).
- *Regime* o *stato stazionario* (steady-state): comportamento in cui le grandezze elettriche assumono valori stabili nel tempo.

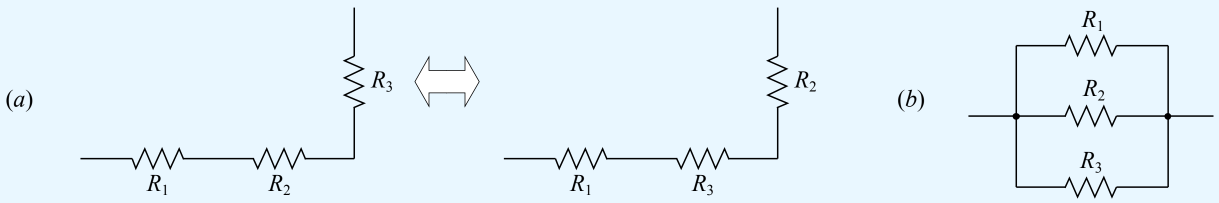


Fig. 19 (*a*) Collegamenti in serie equivalenti; (*b*) collegamento in parallelo.

Convenzione del generatore

■ Un generatore di tensione continua si rappresenta con uno dei due simboli di fig. 20*a*; in questo testo sarà preferito il simbolo circolare, la cui polarità può essere indicata con i segni + e – oppure con una freccia che indica il verso in cui il generatore tende a far scorrere la corrente (fig. 20*b*). In un generatore di tensione si assume sempre che la corrente convenzionale esca dal terminale a potenziale più alto (fig. 20*c*). Contrassegnare in questo modo la corrente significa utilizzare per il bipolo la *convenzione del generatore* (generator convention). Possono darsi due casi:

- Effettivamente la corrente convenzionale ha il verso indicato in fig. 20*c*; in questo caso tensione e corrente sono positivi e il loro prodotto, positivo, si interpreta come potenza *erogata* dal generatore (vd. espressione 3.8).
- La corrente entra dal polo positivo, ovvero percorre il generatore in senso inverso a quello indicato nella convenzione del generatore; ad es. ciò è possibile quando nel circuito è presente un generatore che "spinge" di più la corrente rispetto al primo (fig. 20*d*), come avviene per le batterie in fase di ricarica. In questo caso la corrente è negativa, e il prodotto tensione-corrente, anch'esso negativo, si interpreta come potenza *assorbita* dal generatore.

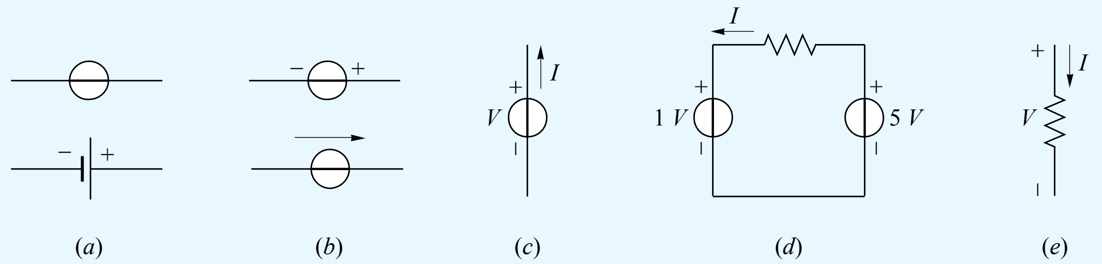


Fig. 20 (*a*) Simboli del generatore e (*b*) differenti modi di indicare la polarità; (*c*) convenzione del generatore; (*d*) generatore che assorbe potenza; (*e*) convenzione dell'utilizzatore.

Convenzione dell'utilizzatore

■ Se si assume che, come avviene sempre per un resistore, la corrente convenzionale scorra in un bipolo nel verso della caduta di potenziale, cioè dal terminale a potenziale più alto a quello a potenziale più basso (fig. 20*e*), si usa per il bipolo la *convenzione dell'utilizzatore* (load convention). In questo caso se il prodotto tensione-corrente è positivo (cosa certa per i resistori), lo si interpreta come potenza *assorbita* dal bipolo, mentre nel caso in cui è negativo lo si interpreta come potenza *ceduta* dal bipolo.

Polarità e versi di riferimento

■ Lo studio di un circuito elettrico in corrente continua consiste nel determinare il valore di ogni tensione e corrente presente nel circuito stesso. Per fare ciò si assegnano alle grandezze elettriche di valore ignoto polarità e versi *di riferimento* (reference). Lo studio del circuito, con i metodi nel seguito esposti, può ottenere per le grandezze ignote valori positivi o negativi. Possono darsi questi casi:

– se si ottiene per una tensione (corrente) un valore positivo, significa che la sua polarità (il suo verso) coincide effettivamente con quanto indicato come riferimento (fig. 21*a*);
– se si ottiene per una tensione (corrente) un valore negativo, significa che la sua polarità (il suo verso) è nella realtà in opposizione con quanto indicato come riferimento (fig. 21*b*);

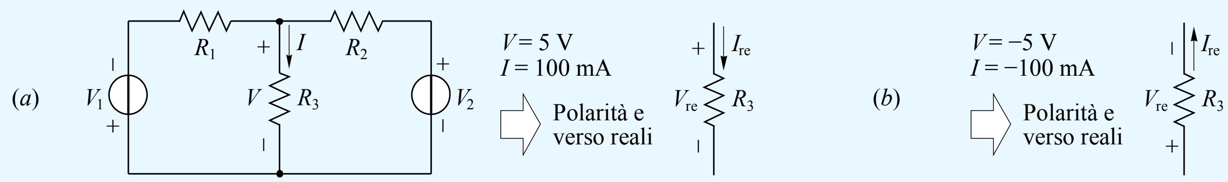


Fig. 21 Significato di polarità e versi di riferimento.

■ È importante notare che la legge di Ohm come precedentemente formulata ($V = RI$) si riferisce alla convenzione dell'utilizzatore (vd. fig. 20*e*); in questo caso i valori di V e I che si ottengono dallo studio del circuito sono o entrambi positivi o entrambi negativi (fig. 22*a*). Se polarità e verso non rispettano la convenzione dell'utilizzatore, è necessario introdurre nella legge di Ohm un segno negativo, dato che si dovranno ottenere valori di segno opposto per tensione e corrente (fig. 22*b*).

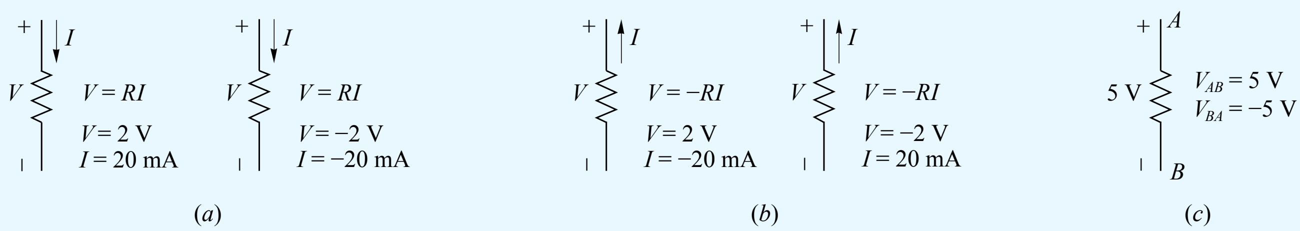


Fig. 22 (*a*) (*b*) Legge di Ohm riferita a convenzioni diverse; (*c*) convenzione per la tensione tra due punti.

Convenzione per la tensione tra due punti

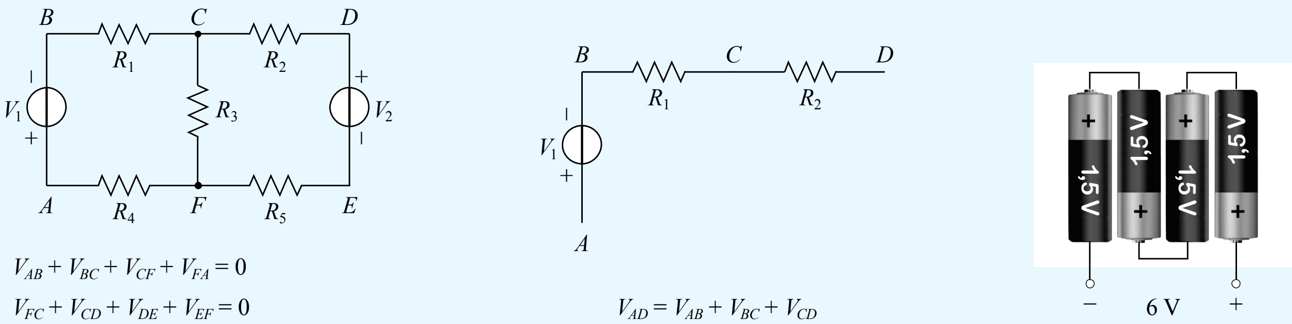
■ La tensione esistente tra due punti A e B di un circuito può essere indicata con V_{AB} o V_{BA}; l'ordine dei punti nell'indice (AB o BA) esprime esplicitamente la seguente convenzione: come polarità di riferimento, si assume che il primo punto sia a potenziale maggiore rispetto al secondo. Si consideri ad es. la resistenza rappresentata in fig. 22*c*, in cui è presente una tensione di 5 V con la polarità indicata: si potrà allora scrivere $V_{AB} = 5$ V oppure $V_{BA} = -5$ V.

5.2 Additività delle tensioni

Come bene noto, il *principio di conservazione dell'energia* (conservation of energy principle) prevede che l'energia non possa essere né creata, né distrutta, ma solo trasformata in forme diverse[5]. Tale principio si applica ovviamente anche all'energia potenziale, sia essa quella gravitazionale dell'acqua di fig. 9*c* o quella elettrica delle cariche di fig. 11*b*: per una massa o una carica che "fa tutto il giro" la variazione di energia potenziale è nulla. Poiché in un percorso chiuso l'energia potenziale non varia, la somma algebrica delle differenze di energia potenziale lungo il percorso deve essere zero. La stessa cosa vale per le differenze di potenziale, proporzionali alle variazioni di energia (vd. par. 2.1). Si può quindi esprimere il *principio di additività delle tensioni* (voltage additivity principle) in una delle seguenti forme:

- In un percorso chiuso la somma algebrica delle tensioni deve essere pari a zero (fig. 23*a*).
- Per una serie di elementi in serie, la tensione complessiva presente ai capi del ramo deve essere pari alla somma algebrica delle tensioni presenti ai capi dei singoli elementi (fig. 23*b*).

Il principio di additività, nella seconda formulazione, è ben dimostrato da una pratica di tutti i giorni: disponendo in serie, con le polarità concordi, *n* batterie dello stesso tipo, si ottiene una tensione complessiva *n* volte maggiore di quella di una sola batteria (fig. 23*c*).



$$V_{AB} + V_{BC} + V_{CF} + V_{FA} = 0$$
$$V_{FC} + V_{CD} + V_{DE} + V_{EF} = 0$$
$$V_{AB} + V_{BC} + V_{CD} + V_{DE} + V_{EF} + V_{FA} = 0$$

$$V_{AD} = V_{AB} + V_{BC} + V_{CD}$$

(*a*) (*b*) (*c*)

Fig. 23 Additività delle tensioni.

5.3 Generatori reali

Generatore di tensione reale

Un generatore di tensione in grado di mantenere ai morsetti un certo valore di tensione, indipendente dall'intensità della corrente che lo attraversa, è definito *generatore di tensione ideale* (ideal voltage generator). Un *generatore di tensione reale* (real voltage generator) si comporta diversamente, essendo caratterizzato da una *resistenza interna* (internal resistance), che esprime il consumo, durante la conduzione interna, di una parte dell'energia generata; la rappresentazione del generatore reale è quindi quella di un generatore ideale con una resistenza in serie (fig. 24*a*). La tensione ai capi del generatore ideale, comunemente indicata con *E*, è detta *forza*[6] *elettromotrice* (electromotive force), o *f.e.m.* (emf), e corrisponde alla tensione a vuoto ai capi del generatore reale: infatti, se non circola corrente, la tensione sulla resistenza interna è nulla (legge di Ohm), e quindi la tensione ai capi del generatore corrisponde a *E* (fig. 24*b*). Se invece circola una corrente *I*, ai capi del generatore si trova una tensione leggermente inferiore alla f.e.m., dato che a quest'ultima si sottrae la caduta di tensione sulla resistenza (fig. 24*c*). Si noti che un generatore di tensione reale approssima tanto più il comportamento ideale quanto più la sua resistenza interna è piccola.

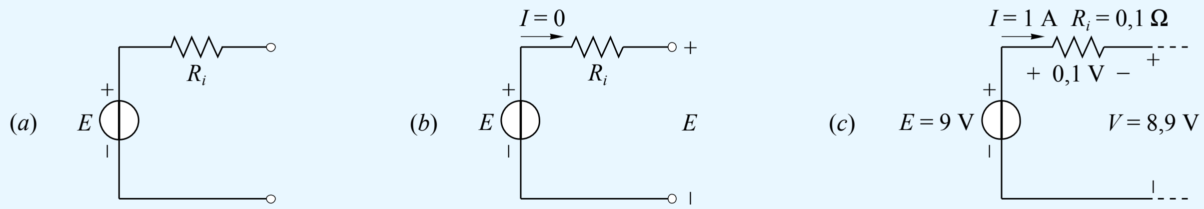


Fig. 24 (*a*) Generatore di tensione reale; sua caratterizzazione (*b*) a vuoto e (*c*) sotto carico.

[5] Questa affermazione è vera se si considera anche la massa una forma di energia ($E = mc^2$).

[6] Il termine «forza» è in questo caso impropriamente usato e non deve trarre in inganno. La f.e.m. è una differenza di potenziale e come tale si misura in volt.

Che la tensione ai capi di un generatore di tensione reale si abbassi in relazione alla corrente assorbita lo si constata alle volte quando, accendendo un elettrodomestico di potenza elevata, si nota un lieve abbassamento dell'illuminazione elettrica.

Generatore di corrente reale

■ Un *generatore di corrente ideale* (ideal current generator) è un bipolo che produce una corrente di intensità indipendente da ciò che vi viene collegato; esso è schematizzato dalla fig. 25*a*, in cui è indicata la corrente erogata e il suo verso. A differenza dei generatori di tensione, a cui si possono assimilare i generatori di energia elettrica veri e propri, i generatori di corrente sono utilizzati più che altro per caratterizzare il comportamento di dispositivi elettronici specifici. Il *generatore di corrente reale* (real current generator) differisce da quello ideale per la presenza di una corrente di dispersione interna; esso viene rappresentato da un generatore ideale con una resistenza posta in parallelo (fig. 25*b*). La corrente erogata dal generatore ideale, di solito indicata con I_{cc}, è definita *corrente di cortocircuito* (short-circuit current), in quanto è la corrente che fluirebbe dal generatore reale se i suoi terminali fossero cortocircuitati (fig. 25*c*). Si noti che un generatore di corrente reale approssima tanto più il comportamento ideale quanto più la sua resistenza interna è elevata.

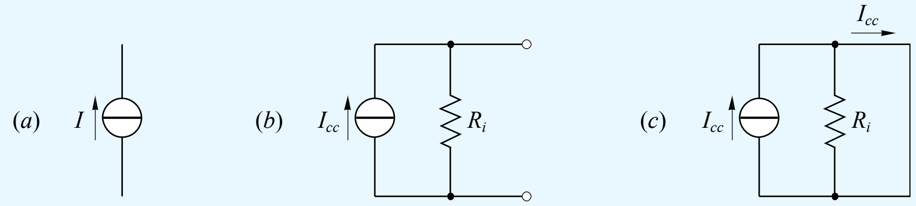


Fig. 25 Generatore di tensione (*a*) ideale e (*b*) reale; (*c*) corrente di cortocircuito.

5.4 Prima legge di Kirchhoff

■ Per la legge di conservazione delle cariche elettriche, in un nodo le cariche non possono né svanire né crearsi; inoltre un nodo è un semplice contatto elettrico che non include alcun sistema fisico per accumulare cariche o rilasciarle. Da queste basilari osservazioni si evince la *prima legge di Kirchhoff* (Kirchhoff first law), nel seguito LK1, che può essere enunciata in una delle seguenti forme (fig. 26*a*):

- La somma delle correnti convenzionali entranti in un nodo deve essere uguale alla somma delle correnti convenzionali uscenti.
- Considerando positive le correnti entranti e negative quelle uscenti, la somma algebrica delle correnti convenzionali che interessano un nodo deve essere pari a zero.

Così come vale per le correnti convenzionali, la prima legge di Kirchhoff si applica anche quando le correnti sono caratterizzate dai propri versi di riferimento (fig. 26*b*).

Estensione della prima legge di Kirchhoff

■ In regime stazionario, per gli stessi motivi per cui vale per un nodo, la prima legge di Kirchhoff si applica, con le stesse modalità, a una qualsiasi superficie chiusa attraversata da conduttori (fig. 26*c*).

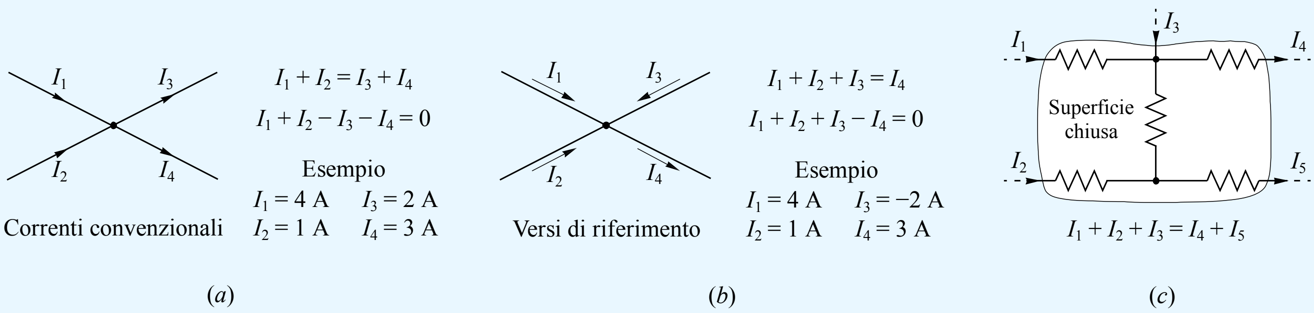


Fig. 26 Prima legge di Kirchhoff.

5.5 Seconda legge di Kirchhoff

■ La *seconda legge di Kirchhoff* (Kirchhoff second law), nel seguito LK2, è in buona sostanza un metodo di applicazione del principio di additività delle tensioni, dato che riguarda la relazione tra le d.d.p. presenti sugli elementi di una maglia. Per enunciare la legge, è necessario prima di tutto assegnare arbitrariamente il verso di percorrenza a una corrente fittizia chiamata *corrente di maglia* (mesh current): esso può essere orario o antiorario (fig. 27). Le f.e.m. si considerano positive se tendono a far circolare corrente concordemente al verso stabilito, negative in caso contrario; le tensioni sulle resistenze si considerano positive se il verso di riferimento della corrente che vi scorre è concorde con quello stabilito, negative in caso contrario. Ciò premesso, la seconda legge di Kirchhoff si può così formulare:

– In una maglia, la somma algebrica delle f.e.m. deve essere pari alla somma algebrica delle tensioni presenti ai capi delle resistenze.

Si veda in fig. 27 un esempio di applicazione della LK2 per correnti di maglia di verso orario e antiorario.

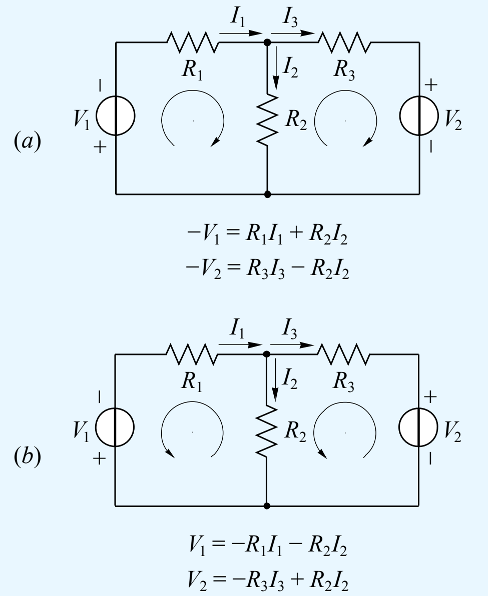


Fig. 27 Seconda legge di Kirchhoff.

5.6 Elementi in serie

Resistenze

■ Due o più resistenze collegate in serie possono essere considerate equivalenti a una sola resistenza R_{eq} il cui valore è pari alla somma delle singole resistenze:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots \tag{3.16}$$

Infatti, con riferimento a due sole resistenze (fig. 28*a*), la legge di Ohm permette di scrivere

$$V_1 = R_1 I \quad ; \quad V_2 = R_2 I \tag{3.17}$$

Dal principio di additività delle tensioni si ottiene

$$V = V_1 + V_2 = R_1 I + R_2 I = (R_1 + R_2) I \tag{3.18}$$

da cui deriva che la resistenza equivalente R_{eq} è pari a $R_1 + R_2$.

Generatori di tensione

■ Due o più generatori di tensione collegati in serie possono essere considerati equivalenti a un solo generatore, la cui f.e.m. è data dalla somma algebrica delle singole f.e.m., e la cui resistenza interna è pari alla somma delle singole resistenze in serie (fig. 28*b*). Si noti che la polarità del generatore equivalente è data dalla polarità che prevale in presenza di f.e.m. contrastanti.

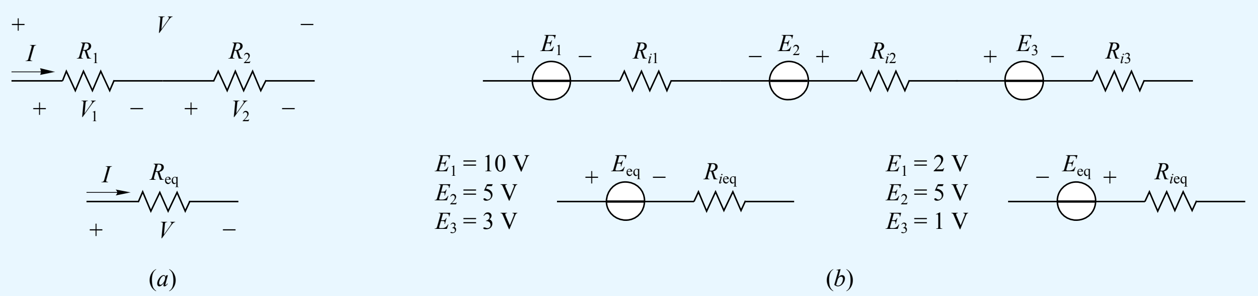


Fig. 28 (*a*) Resistenze in serie; (*b*) generatori in serie.

Esempio 5

Semplificare il circuito di fig. 29*a*, sostituendo generatori e resistenze in serie con elementi equivalenti.

Soluzione
I generatori nella maglia a sinistra sono in serie, pertanto possono essere sostituiti con un generatore di f.e.m. $E_{12} = E_1 - E_2 = 9$ V, polarità concorde con E_1 (più grande di E_2), e resistenza interna $R_{i12} = R_{i1} + R_{i2} = 0{,}7\ \Omega$. Le resistenze R_1 e R_2 sono in serie e quindi possono essere sostituite con una resistenza $R_{12} = R_1 + R_2 = 250\ \Omega$. Le resistenze R_3 e R_4, anche se non contigue, sono in serie in quanto appartenenti allo stesso ramo; possono essere sostituite con $R_{34} = R_3 + R_4 = 1{,}51$ kΩ (fig. 29*b*).

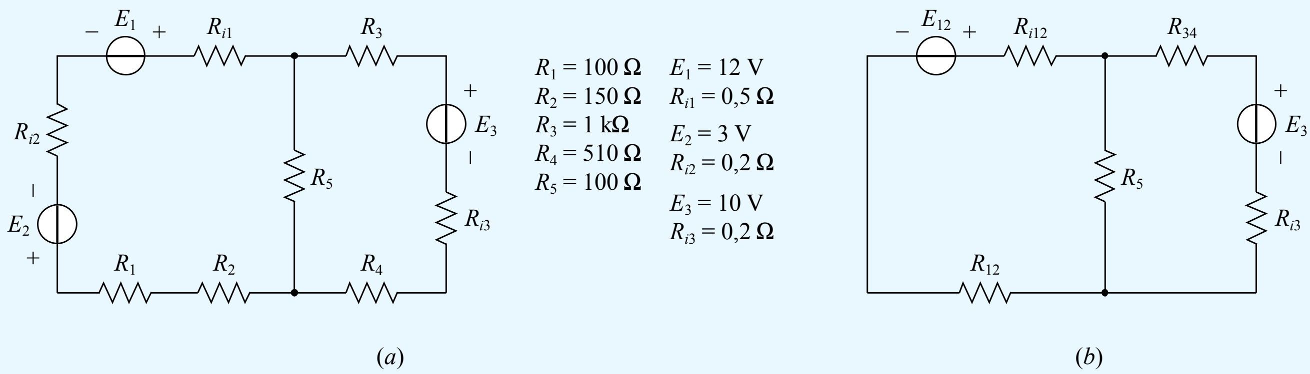
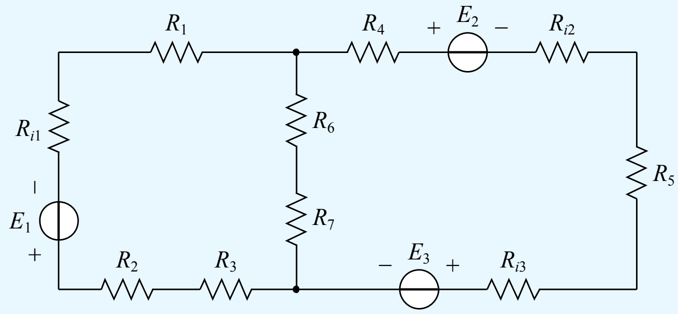


Fig. 29 Esempio 5.

Esercizio 6

Semplificare il circuito di fig. 30, sostituendo generatori e resistenze in serie con elementi equivalenti.



$R_1 = 2\ \text{k}\Omega$, $R_2 = 300\ \Omega$, $R_3 = 3\ \text{k}\Omega$, $R_4 = 100\ \Omega$
$R_5 = 1\ \text{k}\Omega$, $R_6 = 240\ \Omega$, $R_7 = 430\ \Omega$
$E_1 = 5$ V, $R_{i1} = 0{,}3\ \Omega$
$E_2 = 6$ V, $R_{i2} = 0{,}2\ \Omega$
$E_3 = 12$ V, $R_{i3} = 0{,}05\ \Omega$

Fig. 30 Esercizio 6.

5.7 Elementi in parallelo

Resistenze

■ Due o più resistenze collegate in parallelo possono essere considerate equivalenti a una sola resistenza la cui conduttanza G_{eq} è pari alla somma delle singole conduttanze:

$$G_{eq} = G_1 + G_2 + G_3 + \ldots \tag{3.19}$$

Infatti, con riferimento a due sole resistenze (fig. 31*a*), la legge di Ohm permette di scrivere

$$I_1 = G_1 V \quad ; \quad I_2 = G_2 V \tag{3.20}$$

Applicando la LK1 a uno dei due nodi, si ottiene

$$I = I_1 + I_2 = G_1 V + G_2 V = (G_1 + G_2) V \tag{3.21}$$

da cui deriva che la conduttanza equivalente G_{eq} è pari a $G_1 + G_2$.

■ Espressa in termini resistivi, la 3.19 diventa

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots \tag{3.22}$$

ovvero

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots} \tag{3.23}$$

Per due sole resistenze si ottiene una resistenza equivalente pari al rapporto tra il loro prodotto e la loro somma:

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{1}{\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \tag{3.24}$$

Dalla 3.24 si vede che inserendo $R_1 = 0$ si ottiene $R_{eq} = 0$: una resistenza cortocircuitata può essere rimossa dal circuito in quanto non percorsa da corrente (fig. 31*b*).

■ Dalla 3.19 si evince che la conduttanza G_{eq} è sempre superiore alla conduttanza più alta tra quelle in parallelo;

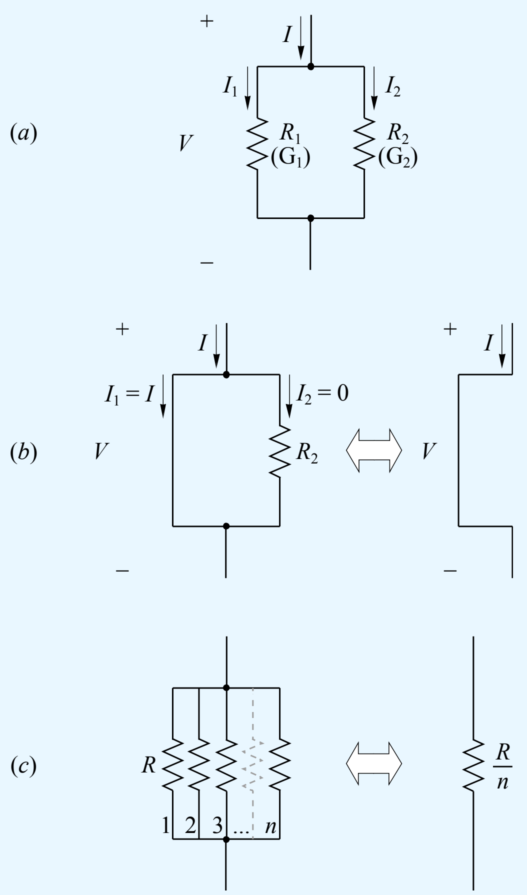


Fig. 31 Resistenze in parallelo.

in termini resistivi ciò significa che R_{eq} è sempre minore della più piccola resistenza tra quelle in parallelo. Si noti che nel caso di n elementi in parallelo di uguale valore G, la conduttanza equivalente è n volte più grande del singolo elemento; la resistenza equivalente risulta quindi ridotta di un fattore n rispetto alla resistenza del singolo elemento. Per n resistenze R in parallelo (fig. 31*c*) si può quindi scrivere

(3.25) $$R_{eq} = \frac{R}{n}$$

■ Nel seguito si indicherà l'operazione di calcolo del valore equivalente di più resistenze in parallelo con la seguente notazione: $R_{eq} = R_1 /\!/ R_2$.

Generatori di tensione

La pratica di collegare generatori di tensione in parallelo è raramente utilizzata; può essere di interesse per ottenere correnti erogabili più alte utilizzando generatori dello stesso tipo. Per lo studio del caso si rimanda a testi specifici.

Esempio 6

Determinare la resistenza equivalente vista dai terminali A e B della rete di fig. 32.

Soluzione
Le resistenze R_1, R_2 e R_3 sono in parallelo e di uguale valore, pertanto equivalgono a una resistenza pari a un terzo di 120 Ω, e cioè 40 Ω. Le resistenze R_4 e R_5 sono in serie; il valore equivalente, di 3,6 kΩ, è posto in parallelo a R_6, anch'essa pari a 3,6 kΩ; ne deriva una resistenza complessiva di 1,8 kΩ. Ai valori calcolati si devono sommare quelli di R_7 e R_8, con essi in serie; si ottiene quindi $R_{AB} = 40 + 1800 + 470 + 220 = 2{,}53$ kΩ.

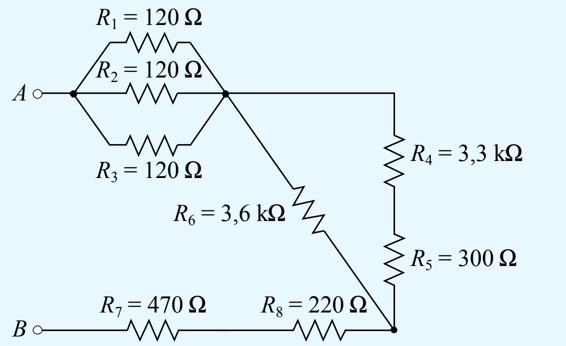


Fig. 32 Esempio 6.

Esercizio 7

Determinare la resistenza equivalente vista dai terminali A e B della rete di fig. 33, con $R = 36$ kΩ. *Risposta*: $R_{AB} = 24$ kΩ

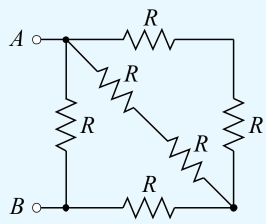


Fig. 33 Esercizio 7.

Esercizio 8

Determinare la resistenza equivalente vista dai terminali A e B della rete di fig. 34, con $R = 680$ Ω. *Risposta*: $R_{AB} = 408$ Ω

Esempio 7

Si immagini di disporre di resistori di valore pari a 100 Ω. Ricavare, collegando opportunamente elementi in serie e/o in parallelo, una resistenza equivalente di valore $R_{eq} = 75$ Ω.

Soluzione
Disponendo di un numero illimitato di resistori, le combinazioni possibili sarebbero infinite. Si cercherà ora una soluzione basata su un piccolo numero di resistori. Si può notare che 75 è la somma di 50 e 25, valori ottenibili dividendo 100 rispettivamente per 2 e per 4. Quindi per ottenere una resistenza equivalente di 75 Ω: 1) si collegano in parallelo 2 resistori ottenendo 50 Ω; 2) si collegano in parallelo 4 resistori ottenendo 25 Ω; 3) si collegano i due gruppi in serie ottenendo infine 50 + 25 = 75 Ω.

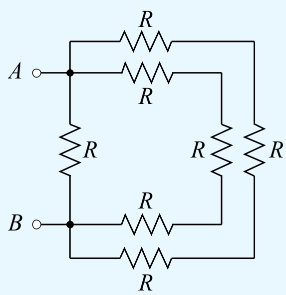


Fig. 34 Esercizio 8.

Esercizio 9

Data una resistenza $R = 1$ kΩ, determinare il valore da inserire in parallelo a R per ottenere una resistenza equivalente più piccola del 70%.

5.8 Partitore di tensione

■ Nel caso in cui si debba ridurre una tensione continua, perché di valore eccessivo rispetto a quello richiesto, si può ricorrere all'uso del *partitore di tensione* (voltage divider), un circuito che nella sua forma più elementare è costituito da due resistenze in serie. Con riferimento alla fig. 35*a*, la tensione V si ripartisce nelle due tensioni V_1 e V_2 proporzionalmente ai valori di R_1 e R_2. Per la legge di Ohm, la corrente che scorre nel ramo è $I = \dfrac{V}{R_1 + R_2}$; applicando nuovamente la legge di Ohm alle due resistenze si ottiene

$$V_1 = V\frac{R_1}{R_1+R_2} \quad ; \quad V_2 = V\frac{R_2}{R_1+R_2} \tag{3.26}$$

Esempio 8

A partire da una tensione $V = 20$ V, si vuole ottenere, assegnando due valori opportuni a R_1 e a R_2, un valore di 4 V ai capi di una delle due resistenze di un partitore di tensione.

Soluzione

Si assuma di voler ottenere 4 V ai capi di R_1; se V_1 = 4V dovrà essere $V_2 = V - V_1 = 16$ V. Poiché dividendo membro a membro le 3.26 si ottiene la proporzione $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{R_1}{R_2}$, è sufficiente scegliere per R_1 e R_2 due valori che siano nelle stesse proporzioni delle tensioni, come ad es. $R_1 = 4$ kΩ e $R_2 = 16$ kΩ.

■ Non sempre un partitore è costituito da due resistenze distinte; un caso di notevole importanza è quello del *potenziometro* (potentiometer), un resistore dotato di un cursore scorrevole che fa contatto con tutti i punti intermedi. Dalla fig. 35*b* si comprende che muovendo il cursore dalla posizione inferiore a quella superiore si possono ottenere per V_2 valori di tensione compresi tra zero e V.

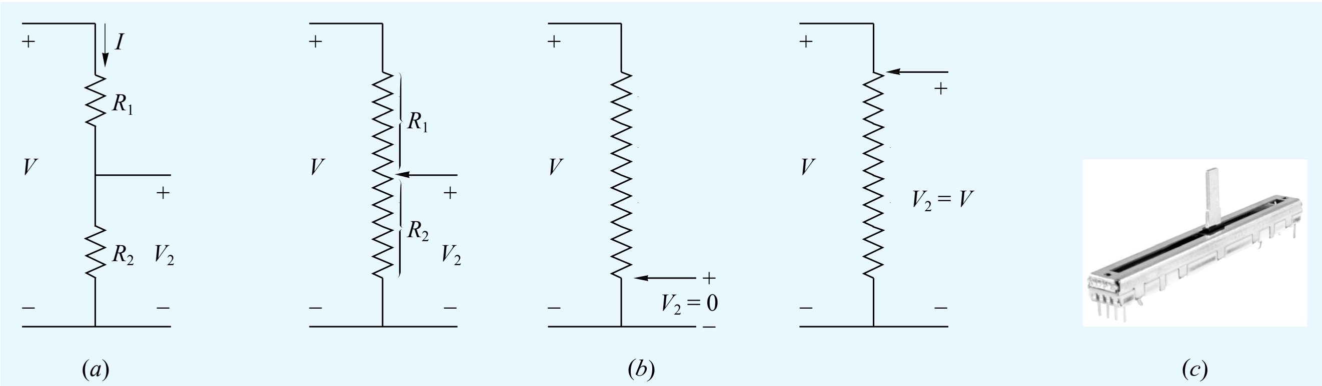


Fig. 35 (*a*) Partitore di tensione; (*b*) potenziometro e (*c*) suo possibile aspetto.

5.9 Partitore di corrente

■ La semplice configurazione circuitale con due resistenze collegate in parallelo è denominata in alcuni casi *partitore* (o *derivatore*) *di corrente* (current divider), a motivo del fatto che la corrente entrante si ripartisce nei due rami. Con riferimento alla fig. 31*a*, essendo $V = (R_1 /\!/ R_2)I = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I$ si ottiene

$$I_1 = \frac{V}{R_1} = I\frac{R_2}{R_1+R_2} \quad ; \quad I_2 = \frac{V}{R_2} = I\frac{R_1}{R_1+R_2} \tag{3.27}$$

Esempio 9

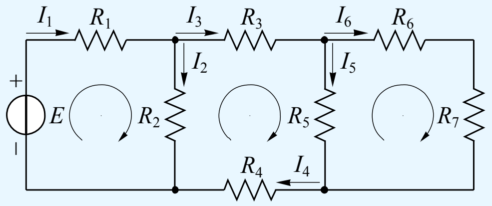
Determinare due valori resistivi tali da ripartire una corrente $I = 0{,}8$ A in modo da ottenere $I_1 = 0{,}2$ A e $I_2 = 0{,}6$ A.

Soluzione

Dividendo membro a membro le 3.27 si ottiene la proporzione $\dfrac{I_1}{I_2} = \dfrac{R_2}{R_1}$; per ottenere il risultato richiesto è sufficiente quindi scegliere per R_1 e R_2 due valori che siano in proporzione inversa rispetto alle correnti, come ad es. $R_1 = 600$ Ω e $R_2 = 200$ Ω.

5.10 Studio di una rete elettrica con le leggi di Kirchhoff

■ Per esporre il metodo di Kirchhoff per determinare le correnti in un circuito in regime continuo, dati i valori delle f.e.m. e delle resistenze presenti, si deve specificare il concetto di maglie indipendenti. Se si considera una rete con più di una maglia, si possono contare un certo numero di percorsi chiusi; ad es. nella rete di fig. 36 se ne contano sei. Dato un insieme di maglie, queste si dicono indipendenti tra loro se l'equazione di ogni maglia data da LK2 non può essere ricavata dalle altre dell'insieme; ad es. in fig. 36 le maglie 1, 2 e 4 non sono indipendenti tra loro perché l'equazione LK2 della 4 può essere ricavata sommando membro a membro quelle della 1 e della 2. In una rete piana il modo più semplice per determinare un insieme di maglie indipendenti, comprendente tutti i rami, consiste nel considerare tutte le maglie elementari, cioè quelle che non ne includono altre; nell'esempio di fig. 36, le maglie 1, 2 e 3.



Maglia 1 $\quad E = R_1I_1 + R_2I_2$

Maglia 2 $\quad 0 = R_3I_3 + R_5I_5 + R_4I_4 - R_2I_2$

Maglia 4 $\quad E = R_1I_1 + R_3I_3 + R_5I_5 + R_4I_4$

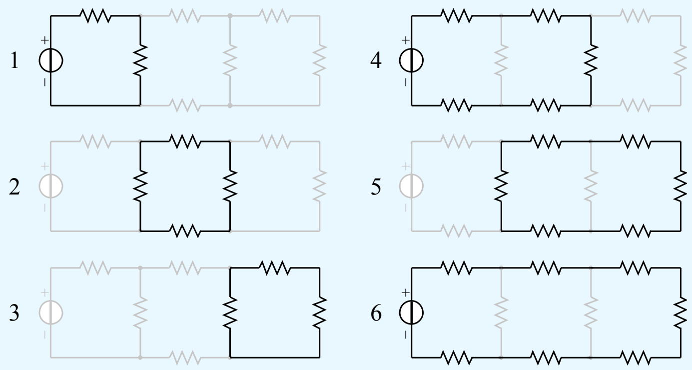


Fig. 36 Maglie di un circuito e loro dipendenza.

■ A riguardo della prima legge di Kirchhoff si deve osservare che, se i nodi di una rete sono n, si possono scrivere $n - 1$ equazioni della LK1; deve essere infatti escluso un nodo (con scelta arbitraria), poiché la sua equazione LK1, quale che sia il nodo prescelto, risulta ricavabile dalle altre.

■ Data una rete qualsiasi, siano m il numero delle maglie indipendenti, n il numero di nodi e r il numero dei rami. Si può verificare facilmente che, partendo da una rete con una sola maglia ($m = 1$, $n = 0$ e $r = 0$ non considerando la maglia stessa un ramo), ogni volta che si inserisce una nuova maglia indipendente l'aumento del numero dei rami è pari a quello dei nodi più uno; si può scrivere quindi che, per una rete qualsiasi, il numero di maglie indipendenti m è pari alla differenza $r - n$ più la maglia iniziale:

(3.28) $\quad m = r - n + 1$

Dalla 3.28 si ricava il numero di rami in funzione di quelli delle maglie indipendenti e dei nodi:

(3.29) $\quad r = m + n - 1$

Poiché ci si propone di ricavare le correnti negli r rami, per ottenere il valore delle incognite è necessario scrivere r equazioni indipendenti; con il metodo di Kirchhoff queste equazioni sono le $n - 1$ LK1 e le m LK2.

Esempio 10

Determinare il valore delle correnti che scorrono nel circuito di fig. 37 e calcolare le potenze relative ai generatori. Indicare la polarità della tensione presente su R_3.

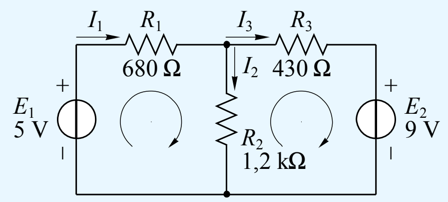


Fig. 37 Esempio 10.

Soluzione
Dalla LK1 applicata a uno dei due nodi e dalla LK2 applicata alle due maglie elementari si ottiene il seguente sistema:

(3.30)
$$\begin{aligned} I_1 &= I_2 + I_3 \\ E_1 &= R_1I_1 + R_2I_2 \\ -E_2 &= R_3I_3 - R_2I_2 \end{aligned}$$

A questo punto è possibile risolvere manualmente il sistema oppure riscriverlo in forma canonica per poter inserire i coefficienti in un software di elaborazione. Optiamo per la seconda soluzione:

	$I_1 - I_2 - I_3 = 0$		1	–1	–1	0
(3.31)	$R_1I_1 + R_2I_2 = E_1$	coefficienti:	680	1200	0	5
	$-R_2I_2 + R_3I_3 = -E_2$		0	–1200	430	–9

Si ottiene $I_1 = -1{,}63$ mA, $I_2 = 5{,}09$ mA e $I_3 = -6{,}72$ mA. Dato che I_1 e I_3 hanno valore negativo, le rispettive correnti convenzionali hanno verso opposto a quello indicato nello schema. Dato che I_1 è negativa, la relativa corrente convenzionale è entrante nel generatore 1; la potenza è pari a $P_1 = -1{,}63 \cdot 5 = -8{,}15$ mW, dove il segno negativo indica che il generatore assorbe potenza. La corrente convenzionale I_3 è uscente dal generatore 2, quindi nella convenzione del generatore deve essere considerata positiva; la potenza è pari a $P_2 = 6{,}72 \cdot 9 = 60{,}5$ mW, dove il segno positivo indica che il generatore eroga potenza. Poiché la corrente convenzionale attraversa R_3 da destra verso sinistra il polo positivo della tensione su R_3 è a destra.

MATLAB 1	output

`format shortE`
`A=[1 -1 -1; 680 1200 0; 0 -1200 430];`
`B=[0; 5; -9];`
`I1_I2_I3= linsolve(A,B)`
	`I1_I2_I3 =`
	
	`-1.6314e-003   5.0911e-003 -6.7225e-003`

Esercizio 10

Determinare il valore delle correnti che scorrono nel circuito di fig. 38 e calcolare le potenze relative ai generatori. Indicare la polarità delle tensioni presenti sulle resistenze. *Risposta*: $I_1 = 330$ mA, $I_2 = –59{,}1$ mA, $I_3 = 271$ mA

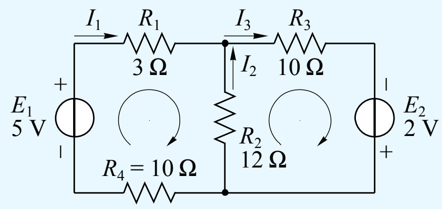


Fig. 38 Esercizio 10.

Esercizio 11

Assegnato un verso di riferimento alle correnti del circuito di fig. 39, impostare il sistema di equazioni per la determinazione delle stesse.

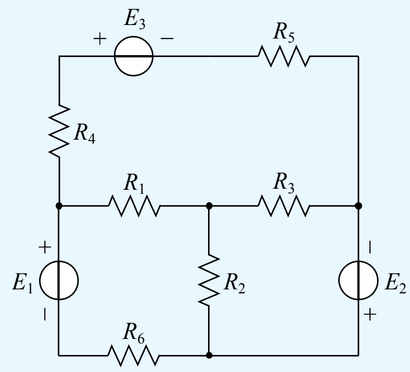


Fig. 39 Esercizio 11.

5.11 Principio di sovrapposizione degli effetti

■ Si consideri il circuito di fig. 37 e si provi a studiare lo stesso circuito così modificato:

caso *a*: sostituendo il generatore 2 con un cortocircuito (fig. 40*a*);
caso *b*: sostituendo il generatore 1 con un cortocircuito (fig. 40*b*).

Dai risultati, riportati a lato degli schemi, si nota che le correnti in presenza di entrambi i generatori (esempio 10) sono la somma algebrica di quelle ottenute considerando un generatore per volta. Questo risultato, dovuto alla linearità delle relazioni di base che governano la rete elettrica, può essere esteso al caso generale e riformulato in termini di *principio di sovrapposizione degli effetti* (superposition principle):

– In una rete elettrica in corrente continua, comprendente due o più generatori, i valori delle correnti e delle tensioni (cioè gli *effetti* della presenza dei generatori) possono essere ottenuti come somma algebrica dei valori parziali che si ottengono in presenza di ogni generatore preso singolarmente.

È importante sottolineare che quando si considera un singolo generatore, gli altri generatori di tensione devono essere posti a f.e.m. nulla (cioè cortocircuitati), mentre quelli di corrente devono essere posti a corrente di cortocircuito nulla (cioè aperti), ferma restando la permanenza nel circuito delle loro resistenze interne.

■ Lo studio di un circuito mediante le leggi di Kirchhoff è piuttosto veloce da applicare se si imposta il sistema di equazioni e lo risolve con l'ausilio di un software. In caso di soluzione manuale l'applicazione del principio di sovrapposizione degli effetti consente una notevole semplificazione dei calcoli; in particolare, studiando circuiti con un solo generatore si può semplificare la rete resistiva ottenendo la corrente erogata, per poi ottenere tutte le altre applicando i principi dei partitori di tensione e corrente.

Esempio 11

Determinare il valore delle correnti che scorrono nel circuito di fig. 37 (esempio 10) applicando il principio di sovrapposizione degli effetti.

Soluzione
Come primo caso si considera solo il generatore 1 (fig. 40*a*). La resistenza equivalente ai capi del generatore è $R_{eq\text{-}a} = R_1 + \left(R_2 /\!/ R_3\right) = R_1 + \dfrac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 997\ \Omega$. La corrente erogata dal generatore è quindi $I_{1a} = \dfrac{E_1}{R_{eq\text{-}a}} = 5{,}02$ mA; da questa si ricavano $I_{2a} = I_{1a}\dfrac{R_3}{R_2 + R_3} = 1{,}32$ mA (legge del partitore di corrente) e $I_{3a} = I_{1a} - I_{2a} = 3{,}7$ mA (LK1). Come se-

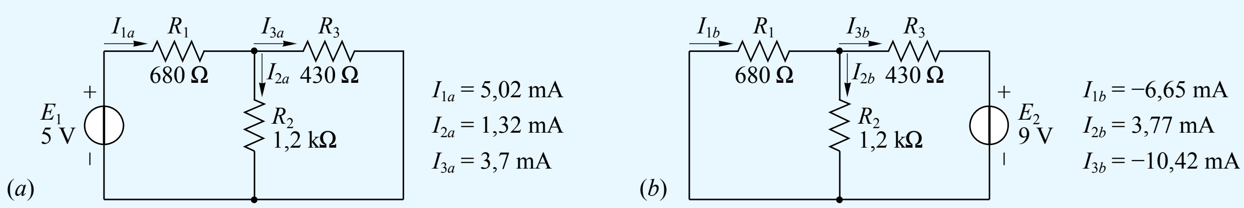


Fig. 40 Studio del circuito di fig. 37 considerando attivo un solo generatore per volta.

condo caso si considera solo il generatore 2 (fig. 40*b*). La resistenza equivalente ai capi del generatore è $R_{eq\text{-}b} = R_3 + (R_1 // R_2) = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 864\ \Omega$. La corrente erogata dal generatore è $I_{3b} = -\frac{E_2}{R_{eq\text{-}b}} = -10{,}42$ mA (si noti il segno negativo in quanto nello schema la corrente entra nel polo positivo). I_{1b} ha lo stesso verso di I_{3b} e vale $I_{1b} = I_{3b}\frac{R_2}{R_1 + R_2} = -6{,}65$ mA (legge del partitore di corrente), inoltre $I_{2b} = I_{1b} - I_{3b} = 3{,}77$ mA (LK1). Sommando algebricamente le correnti parziali si ottiene $I_1 = I_{1a} + I_{1b} = -1{,}63$ mA, $I_2 = I_{2a} + I_{2b} = 5{,}09$ mA e $I_3 = I_{3a} + I_{3b} = -6{,}72$ mA.

Esercizio 12

Determinare il valore delle correnti che scorrono nel circuito di fig. 38 applicando il principio di sovrapposizione degli effetti.

Esercizio 13

Applicando il principio di sovrapposizione degli effetti, determinare il valore e il verso della corrente che attraversa la resistenza R_5 di fig. 39, assumendo tutte le f.e.m. pari a 10 V e tutte le resistenze pari a 100 Ω.

5.12 Teoremi di Thévenin e Norton

■ Il *teorema di Thévenin* (Thévenin theorem) afferma che una rete lineare alla quale si ha accesso da due poli, è equivalente, *per i soli effetti esterni*, a un generatore di tensione reale, la cui f.e.m. è pari alla tensione a vuoto tra i due poli, e la cui resistenza interna è pari alla resistenza equivalente vista dai due poli cortocircuitando i generatori di tensione e aprendo quelli di corrente (fig. 41*a*).

■ Il *teorema di Norton* (Norton theorem) afferma che una rete lineare alla quale si ha accesso da due poli, è equivalente, *per i soli effetti esterni*, a un generatore di corrente reale, la cui corrente di cortocircuito è pari alla corrente che attraversa i due poli cortocircuitati, e la cui resistenza interna è pari alla resistenza equivalente vista dai due poli cortocircuitando i generatori di tensione e aprendo quelli di corrente (fig. 41*b*).

■ Uno dei risultati immediati dei due teoremi sopra enunciati, è che generatori reali di tensione e di corrente sono interscambiabili ai fini del comportamento della rete a cui sono collegati (fig. 41*c*). Per il teorema di Norton, quando si sostituisce un generatore di tensione con uno di corrente, la corrente I_{cc} deve essere pari alla corrente che scorre cortocircuitando l'uscita del generatore di tensione, e cioè $\frac{E}{R_i}$.

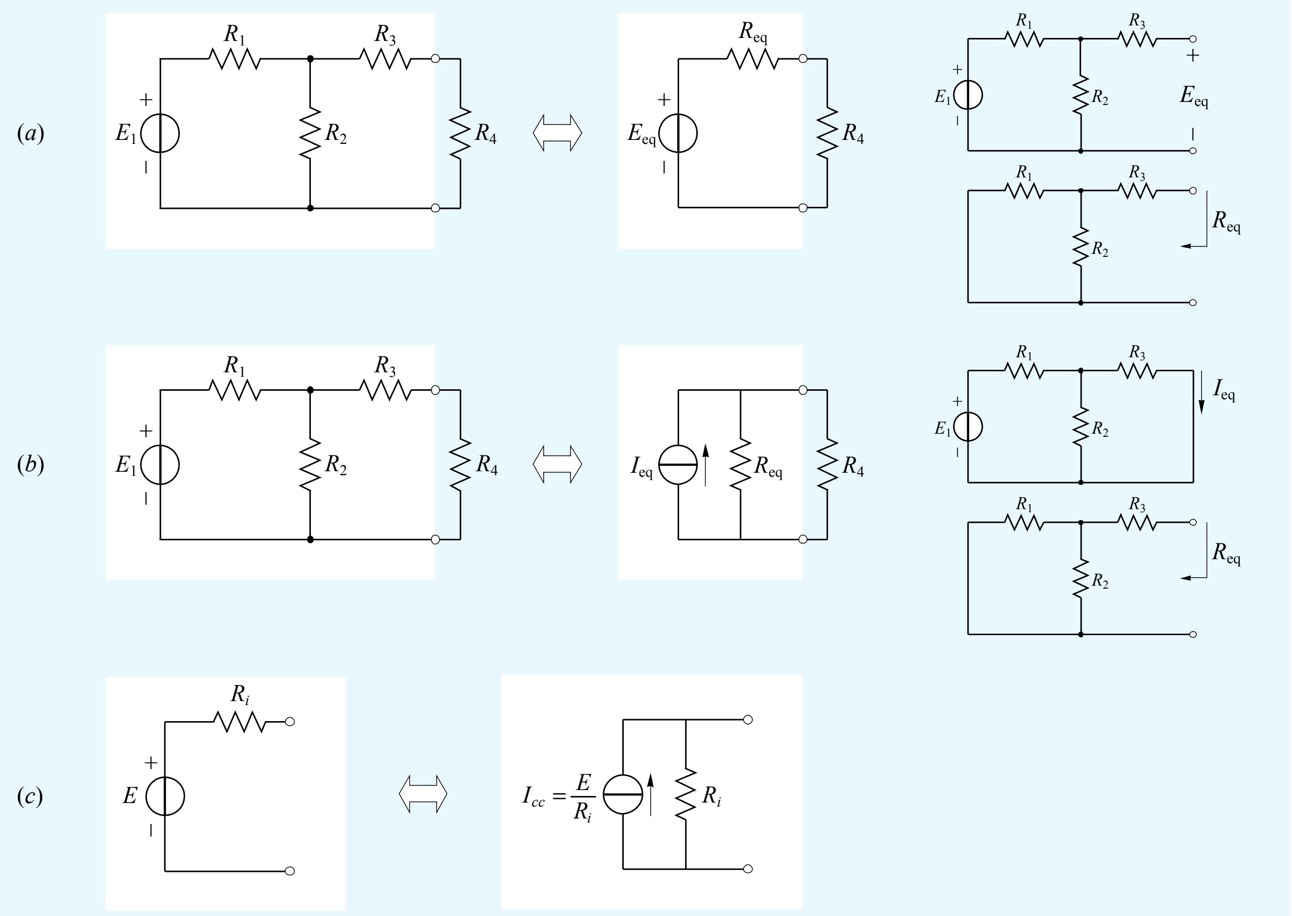


Fig. 41 (*a*) Teorema di Thévenin; (*b*) teorema di Norton; (*c*) generatori di tensione e corrente equivalenti.

Esempio 12

Determinare il valore della corrente I_2 del circuito di fig. 42*a* (vd. esempio 10), riducendo la rete ai poli di R_2 a un generatore di tensione equivalente (teorema di Thévenin).

Soluzione

La f.e.m. equivalente E_{eq} deve essere ottenuta calcolando la tensione V_{AB} a vuoto, cioè aprendo i morsetti (fig. 42*b*). Per la LK2 con corrente di maglia antioraria si può scrivere $E_2 - E_1 = IR_3 + IR_1$ da cui $I = \dfrac{E_2 - E_1}{R_1 + R_3} = 3{,}6$ mA. E_{eq} è pari alla differenza tra E_2 e la caduta di tensione su R_3: $E_{eq} = E_2 - IR_3 = 7{,}45$ V. La resistenza equivalente R_{eq} è pari al parallelo di R_1 e R_3 (fig. 42*c*): $R_{eq} = R_1 /\!/ R_3 = \dfrac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = 263\ \Omega$. Sostituendo la rete interessata con il generatore equivalente (fig. 42*d*) si ottiene quindi $I_2 = \dfrac{E_{eq}}{R_{eq} + R_2} = 5{,}09$ mA.

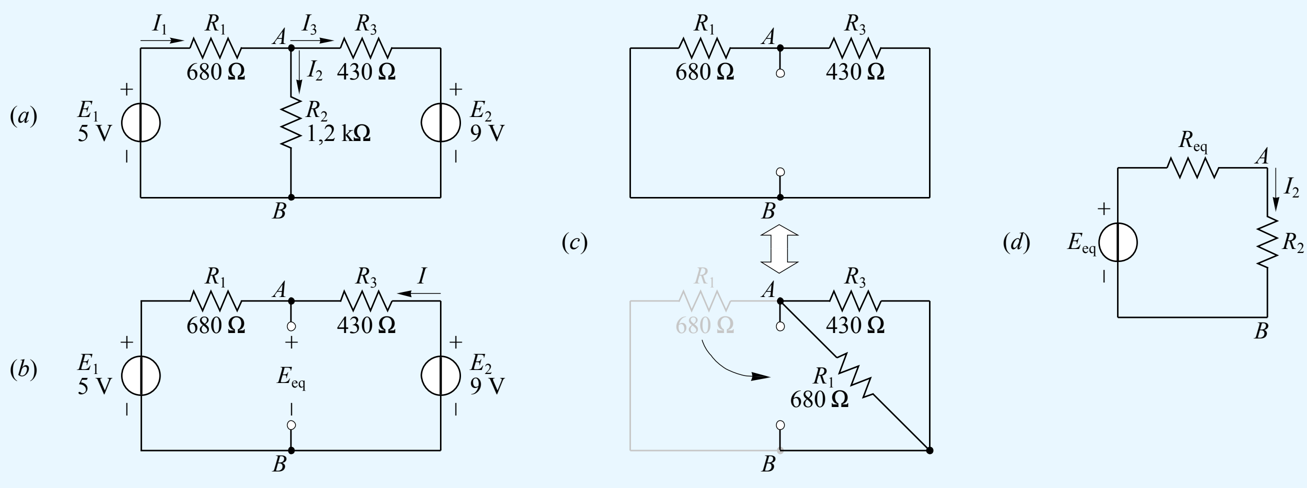


Fig. 42 Esempio 12.

Esercizio 14

Determinare il valore della corrente I_3 del circuito di fig. 38 riducendo la rete ai poli di R_3 *a*) a un generatore di tensione equivalente e *b*) a un generatore di corrente equivalente.

Abbiamo parlato di…

– Principio di additività delle tensioni	in un percorso chiuso la somma algebrica delle tensioni deve essere pari a zero
– Generatore di tensione ideale	generatore la cui tensione ai poli è indipendente dalla corrente che lo attraversa
– Generatore di tensione reale	generatore costituito da un generatore ideale e una resistenza in serie
– Resistenza interna	resistenza di un generatore reale
– Forza elettromotrice (f.e.m.)	tensione a vuoto di un generatore di tensione reale
– Generatore di corrente ideale	generatore che produce una corrente indipendente dal carico
– Generatore di corrente reale	generatore costituito da un generatore ideale e una resistenza in parallelo
– Corrente di cortocircuito	corrente erogata da un generatore reale con i morsetti in cortocircuito
– Prima legge di Kirchhoff	la somma delle correnti convenzionali entranti in un nodo deve essere uguale alla somma delle correnti convenzionali uscenti
– Seconda legge di Kirchhoff	in una maglia, la somma algebrica delle f.e.m. deve essere pari alla somma algebrica delle tensioni presenti ai capi delle resistenze
– Partitore di tensione	circuito costituito da resistenze in serie su cui si ripartisce la tensione totale
– Partitore di corrente	circuito costituito da resistenze in parallelo in cui si ripartisce la corrente totale
– Principio di sovrapposizione degli effetti	in una rete elettrica i valori di correnti e tensioni possono essere ottenuti come somma algebrica dei valori parziali ottenuti in presenza dei singoli generatori
– Teorema di Thévenin	una rete bipolare può essere ridotta a un generatore di tensione reale
– Teorema di Norton	una rete bipolare può essere ridotta a un generatore di corrente reale

6 Punto di riferimento di massa

Si torni ora a considerare l'analogia tra il campo gravitazionale e quello elettrico (par. 2.1). In ambito gravitazionale la differenza di potenziale dipende dal dislivello presente tra due punti dello spazio; ciononostante, quando descriviamo fenomeni legati alla forza di gravità, raramente ci riferiamo a un dislivello: di solito, più semplicemente, ci esprimiamo in termini di altezza. Ad es. in un laboratorio di fisica potremo dire "queste due masse di 1 kilogrammo poste a 1 e 2 metri di altezza hanno rispettivamente un'energia potenziale di 9,8 e 19,6 joule", sottintendendo che stiamo riferendo sia le altezze sia l'energia potenziale a un livello zero che in questo caso è il pavimento del laboratorio (fig. 43*a*).

Analogamente a quanto sopra, anche nei circuiti elettrici possiamo riferire i potenziali a un punto al quale viene attribuito potenziale zero: questo punto è detto *massa* (ground) e viene indicato con un simbolo specifico. Quando un circuito ha un punto di massa definito, è possibile parlare di "tensione in un punto del circuito", espressione che deve essere interpretata come "tensione (cioè d.d.p.) tra il dato punto e massa"; ad es. in fig. 43*b* possiamo dire che la tensione in C ha un certo valore riferendoci in realtà alla d.d.p. tra C e M.

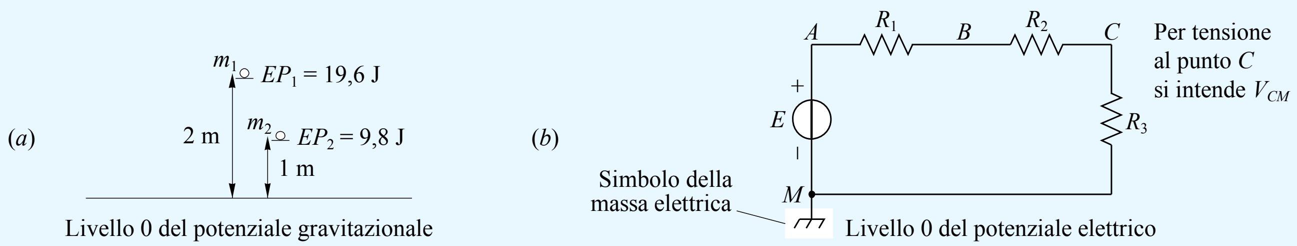


Fig. 43 Riferimenti (*a*) del potenziale gravitazionale e (*b*) del potenziale elettrico (massa).

Il circuito di fig. 43*b* può essere semplificato e rappresentato come in fig. 44*a*; in questo caso si intende che i punti di massa sono in cortocircuito tra loro. Uno schema ancora più compatto si ottiene riferendo la f.e.m. al punto A trasformato in morsetto (fig. 43*b*). In questo caso è stato anche evidenziato un morsetto contrassegnato da V_C; in entrambi i casi – lo si è già detto ma lo si vuole ribadire – come tensioni «ai morsetti» si intendono le tensioni tra i punti interessati e il punto di massa.

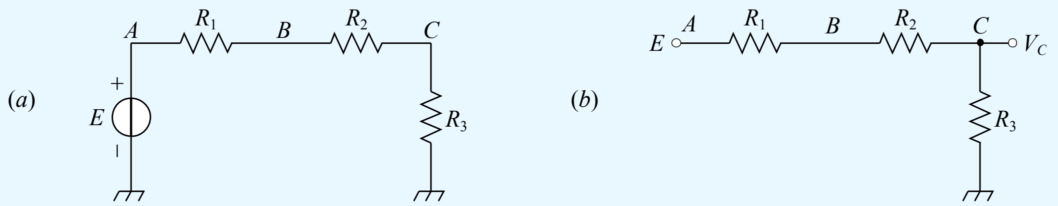


Fig. 44 Rappresentazioni alternative del circuito di fig. 43*b*.

Quando un dispositivo ha un telaio metallico, solitamente vi viene collegato il punto di massa. L'insieme telaio-massa può essere mantenuto al potenziale di terra, tramite il conduttore giallo-verde dell'impianto elettrico; quando ciò non avviene la massa è detta *flottante* (floating).

Esempio 13

Determinare il valore delle correnti che scorrono nel circuito di fig. 45*a*.

Soluzione

Si verifica facilmente che il circuito è identico a quello riportato in fig. 45*b*, già esaminato nell'esempio 10.

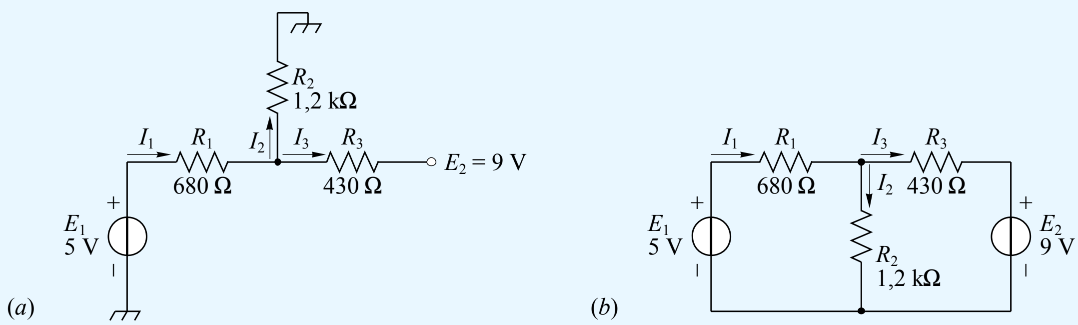
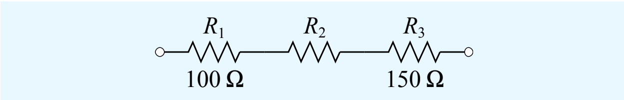


Fig. 45 Esempio 13.

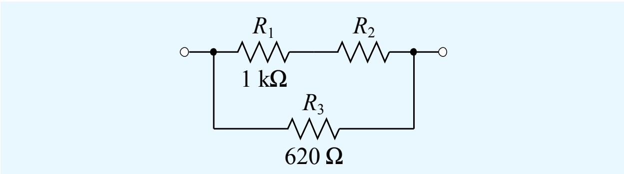
E1

Determinare il valore di R_2 affinché il bipolo in figura abbia una resistenza equivalente pari a 1 kΩ.



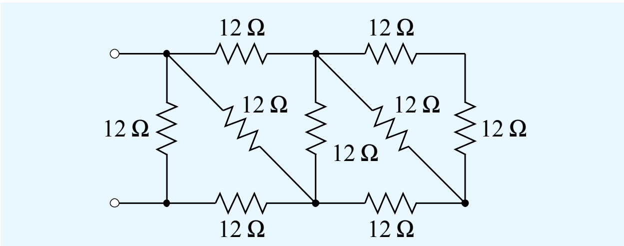
E2

Determinare il valore di R_2 affinché il bipolo in figura abbia una resistenza equivalente pari a 540 Ω.



E3

Determinare la resistenza equivalente del bipolo in figura.



E4

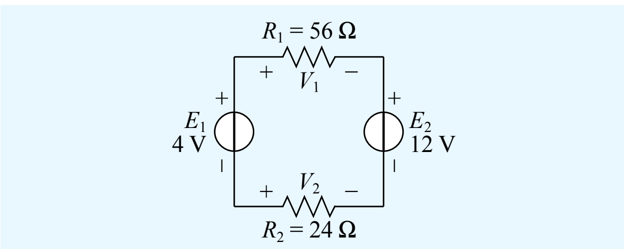
Data una tensione $V = 20$ V, determinare quattro valori di resistenza da collegare in serie affinché la tensione sia ripartita sulle resistenze stesse nelle seguenti percentuali: 20%, 20%, 30%, 30%.

E5

Data una corrente $I = 60$ mA, determinare il numero di resistenze da collegare in parallelo affinché in ciascun ramo si ripartisca una corrente di 5 mA.

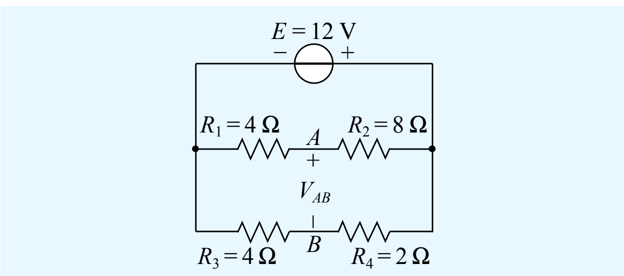
E6

Dato il circuito in figura, determinare le tensioni V_1 e V_2, le potenze assorbite dai resistori e quelle erogate dai generatori.



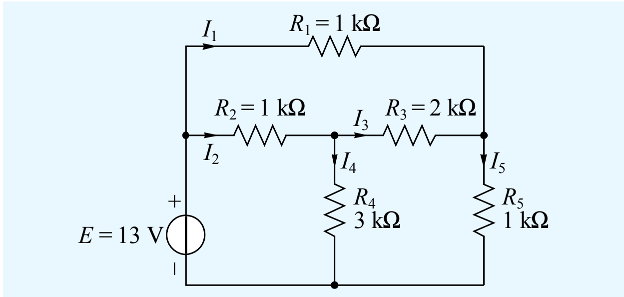
E7

Dato il circuito in figura, determinare la tensione V_{AB}.



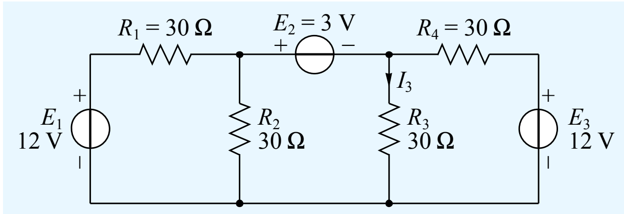
E8

Dato il circuito in figura, determinare le correnti che scorrono nei rami resistivi.



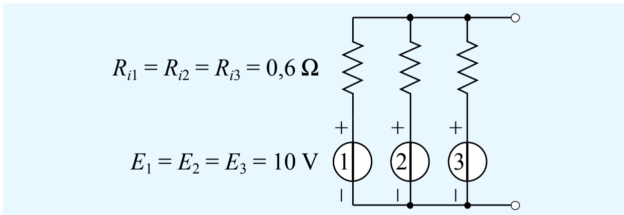
E9

Dato il circuito in figura, determinare la corrente I_3 applicando il principio di sovrapposizione degli effetti.



E10

Determinare il generatore di tensione equivalente al circuito rappresentato in figura applicando il teorema di Thévenin prima ai generatori 1 e 2, poi al risultante collegato al generatore 3.

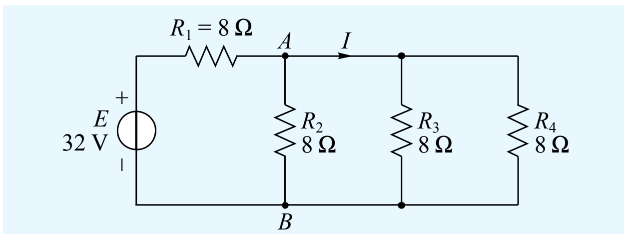


E11

Determinare, applicando il teorema di Thévenin, la corrente I_2 dello schema esaminato in E8.

E12

Dato il circuito in figura, determinare la corrente I sostituendo la rete a sinistra dei punti A e B con un generatore di corrente equivalente (teorema di Norton).



Risposte

E2 $R_2 = 2{,}78$ Ω
E3 $R_{eq} = 7{,}42$ Ω
E6 $V_1 = -5{,}6$ V; $V_2 = 2{,}4$ V
E7 $V_{AB} = -4$ V
E8 $I_1 = 6$ mA; $I_2 = 4$ mA; $I_3 = 1$ mA; $I_4 = 3$ mA; $I_5 = 7$ mA
E9 $I_3 = 0{,}15$ A
E10 $E_{eq} = 10$ V; $R_{eq} = 0{,}2$ Ω
E12 $I = 2$ A

Electric charge

Electric charge is a physical property of matter that causes it to experience a force when near other electrically charged matter. There exist two types of electric charges, called positive and negative. Positively-charged substances are repelled from other positively-charged substances, but attracted to negatively-charged substances; negatively-charged substances are repelled from negative and attracted to positive.

Electric current

Electric current is a flow of electric charge through a conductive medium. In electric circuits this charge is often carried by moving electrons in a wire. It can also be carried by ions in an electrolyte, or by both ions and electrons such as in a plasma.

In metallic solids, electric charge flows by means of electrons, from lower to higher electrical potential. In other media, any stream of charged objects (ions, for example) may constitute an electric current. To provide a definition of current that is independent of the type of charge carriers flowing, conventional current is defined to flow in the same direction as positive charges. So in metals where the charge carriers (electrons) are negative, conventional current flows in the opposite direction as the electrons.

Voltage

Voltage, otherwise known as electrical potential difference or electric tension (denoted ΔV and measured in units of Electric potential: volts, or joules per coulomb), is the electric potential difference between two points – or the difference in electric potential energy of a unit test charge transported between two points. Voltage is equal to the work which would have to be done, per unit charge, against a static electric field to move the charge between two points. A voltage may represent either a source of energy (electromotive force), or it may represent lost or stored energy (potential drop).

Electrical resistance and conductance

The electrical resistance of an electrical element is the opposition to the passage of an electric current through that element; the inverse quantity is electrical conductance, the ease at which an electric current passes.

An object of uniform cross section has a resistance proportional to its resistivity and length and inversely proportional to its cross-sectional area.

The resistance (R) of an object is defined as the ratio of voltage across it to current through it, while the conductance (G) is the inverse:

$$R = \frac{V}{I}, \quad G = \frac{I}{V}$$

For a wide variety of materials and conditions, V and I are directly proportional to each other, and therefore R and G are constant (although they can depend on other factors like temperature or strain). This proportionality is called Ohm's law, and materials that satisfy it are called “Ohmic” materials.